

La aplicación matemática y su relevancia en la homomorfía entre estructuras matemáticas y físicas. Un estudio de caso

Dr. Jesús Jasso Méndez

UACM-UNAM, MÉXICO

Resumen

La homomorfía entre estructuras matemáticas y las físicas se establece cuando un científico aplica una función para describir matemáticamente la regularidad de un proceso físico de acuerdo con un resultado experimental. Por ejemplo, sobre la transferencia del calor, la función matemática $m_h \Delta t_h = m_c \Delta t_c$ describe una regularidad física presente en un proceso de transferencia para llegar al equilibrio entre dos masas de agua. Esta descripción concuerda además con diferentes experimentos. En este caso, basado en distintos resultados experimentales, el científico postula que la ecuación es verdadera para cualquier sistema termodinámico congruente con tales condiciones. En esta medida, es posible conocer que la transferencia de calor entre dos masas diferentes de agua para alcanzar el equilibrio tenga la estructura $m_h \Delta t_h = m_c \Delta t_c$.

El objetivo de este breve artículo es mostrar no sólo cómo se establece la homomorfía entre sistemas matemáticos y sistemas físicos a partir de lo que he llamado “síntesis estructural”, sino que tal similitud es posterior a la aplicación matemática. A partir de un estudio de caso —“Termometría, calorimetría y transferencia de calor”— daré cuenta de que se conoce la estructura matemática de algún estado o proceso físico sólo *a posteriori*, en términos temporales y explicativos. Con este resultado, el lector podrá constatar una defensa de la explicación de la aplicación matemática al margen de cualquier presupuesto realista que señale a la homomorfía entre estructuras como una forma de mantener algún rasgo esencial o connatural entre ellas.

Palabras clave: aplicación matemática, homomorfía, estructura matemática, estructura física, termometría, calorimetría.

Abstract

The homomorphy between mathematical and physical structures is set when a scientist applies a function to mathematically describe the regularity of a physical process in accordance with an experimental result. For example, the mathematical function $m_h \Delta t_h = m_c \Delta t_c$ concerning heat transfer describes a physical regularity present in a transfer process to achieve equilibrium between two bodies of water. Besides, this description is consistent with different experiments. In this case, based on other experimental results, the scientist postulates that the equation is true for any thermodynamic system consistent with such conditions. To this extent, it is possible to know that the heat transfer between two different bodies of water achieving equilibrium has a $m_h \Delta t_h = m_c \Delta t_c$ structure, and not before the mathematical application.

The aim of this short article is to show not only how homomorphy between mathematical systems and physical systems is established from what I have called “structural synthesis”, but also that this similarity is established after the mathematical application. From a case study —“Thermometry, Calorimetry and Heat Transfer”— I show that we know the mathematical structure of any physical state or process only a posteriori —*i. e.* a posteriori in temporal and explanatory terms—. Based on this result, I defend an explanation of mathematical application independent of any realist theory that assumes homomorphy between structures as a way to argue for some essential or inherent trait common to those structures.

Keywords: mathematical application, homomorphy, mathematical structure, physical structure, thermometry, calorimetry.

Introducción

Ofrecer una explicación de la naturaleza del conocimiento matemático ha sido y sigue siendo uno de los problemas más importantes en la filosofía de las matemáticas. Sólo por mencionar un ejemplo, de acuerdo con Stewart Shapiro, no es posible ofrecer una respuesta completa del carácter científico de las matemáticas si no se comprende la relación entre ellas y el resto de las disciplinas científicas.³²

³² “One central concern for philosophy of mathematics is to understand the

A partir de una perspectiva estructuralista, el presente artículo tiene una doble finalidad. En primer lugar, esbozar una explicación teórica de la aplicación matemática en términos de lo que he llamado “síntesis estructural”. En segundo lugar, mostrar cómo esta explicación puede justificarse a partir del desarrollo de la ciencia física. Incluyo un estudio de caso “Termometría, calorimetría y transferencia de calor”.³³

La aplicación matemática como síntesis estructural

Si bien una teoría de la aplicación matemática debe considerar la comparación entre estructuras matemáticas y físicas presuponiendo un grado de semejanza entre ellas, la homomorfía por sí sola no es explicativa de lo que teóricamente se obtiene al aplicar estructuras matemáticas a las teorías físicas.

Serán tres aspectos las referencias novedosas de mi propuesta, la síntesis estructural. En primer lugar, la semejanza estructural entre

relationship between mathematics and the rest of scientific and ordinary discourse. Given the extensive interactions, the philosopher must at least begin with the hypothesis that there is a relationship between the subject-matter of mathematics (what ever it is) and the subject-matter of science (whatever that is as well), and that it is no accident that mathematics applies to material reality. Any philosophy of mathematics or philosophy of science that does not provide and account of this relationship is incomplete at best. The problem associated with the applications of mathematics have taken on a greater urgency in recent decades [Una preocupación central para la filosofía de las matemáticas es comprender la relación entre las matemáticas y el resto del discurso científico y ordinario. Teniendo en cuenta las amplias interacciones, el filósofo debe comenzar al menos con la hipótesis de que existe una relación entre el objeto de las matemáticas (sea lo que esto sea) y el objeto de la ciencia (sea lo que esto sea), y que no es casualidad que las matemáticas se apliquen a la realidad material. Cualquier filosofía de las matemáticas o la filosofía de la ciencia que no considere esta relación está incompleta en el mejor de los casos. El problema asociado con las aplicaciones de las matemáticas ha adquirido una mayor urgencia en las últimas décadas]” (Stewart Shapiro, *Thinking about mathematics. The Philosophy of Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2000, p. 34. Las traducciones son responsabilidad mía, a menos que se indique lo contrario).

³³ Si bien se trata sólo de un caso en constitución de la termodinámica, los resultados obtenidos pueden extenderse a cualquier relación de aplicación entre las matemáticas y las estructuras teóricas no matemáticas.

matemáticas y física no es previa sino por la aplicación. En segundo lugar, la aplicación matemática como una representación estructural descriptiva genera nuevos conceptos. En tercer lugar, gracias a estos nuevos conceptos, es posible obtener consecuencias físicas de estructuras matemáticas.

Lo anterior es consecuencia de la siguiente observación. Conceptos como “temperatura”, “calor específico”, “transferencia de calor”, “equivalente mecánico del calor” —presentes en distintas teorías físicas y, en especial, en la termodinámica— no son originariamente ni matemáticos ni físicos. ¿Cómo surgen, entonces?

Considérese en primer lugar qué se entiende por semejanza entre estructuras. La explicación de la semejanza estructural no se compromete con algún presupuesto realista de la matemática y de la física. Presuponer una estructura ontológica de los fenómenos físicos en grados parecida, por ejemplo, a la ontología de los números naturales para relacionarlas resulta innecesario.

La forma más natural de relacionar la estructura de los números naturales con un fenómeno físico será la siguiente: no es este último el que tiene una estructura parecida a los números naturales —y por esta razón, se aplican al primero tan bien—, sino que, porque se aplican los números naturales a los fenómenos físicos, es que se tiene la estructura matemática de éstos. Luego, la homomorfía entre estructuras no se da antes de la aplicación, sino que surge con ella.

El resultado anterior es consistente con el segundo aspecto de mi propuesta: conceptos de aplicación. Con ellos, designo matemáticamente una delimitación de espacios, los cuales, a su vez, se interpretarán físicamente. Sin estos nuevos conceptos, el fenómeno físico no tendría una estructura similar a la teoría matemática que se le aplica.

Por ejemplo, el concepto de “fuerza” en una teoría física refiere a una estructura matemática interpretada físicamente. La expresión teórica de “fuerza” $\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$ expresa un espacio delimitado matemáticamente, una representación matemática-descriptiva de tal espacio. Este punto determina el grado de semejanza entre una estructura matemática y un fenómeno físico por explicar. Cuando se dice que el cálculo de $\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$ indica la intensidad del intercambio de momento lineal entre dos partículas o sistemas de partículas capaz de modificar la forma de los cuerpos materiales, se señala la

interpretación física de la estructura matemática. El concepto de “fuerza” como un concepto de aplicación permite comparar estructuras de diferente naturaleza y establecer su homomorfía. Lo mismo sucede con los conceptos de “temperatura”, “calor”, “entropía”, “trabajo”, etcétera. Sólo bajo estas condiciones semánticas de la aplicación tienen sentido las explicaciones científicas a partir de cálculos matemáticos. Lo anterior dota de sentido a la tercera particularidad de mi propuesta.

Nada de lo dicho hasta el momento es un argumento a favor o en contra de un realismo matemático tipo Shapiro³⁴ ni se apoya ni se niega una ontología estructural altamente similar entre la matemática y los fenómenos físicos tipo Swoyer.³⁵ Una teoría de la aplicación matemática no debe centrarse en la naturaleza y referencia de los objetos de cada estructura —en los objetos de aplicación de las teorías—, sino en las relaciones estructurales entre teorías, *i. e.*, en las teorías matematizadas, en la manera en que surgen y se emplean conceptos de aplicación sin los cuales no sería posible obtener alguna explicación física desde las matemáticas.

La homomorfía entre estructuras en términos de una síntesis estructural incorpora además dos ideas. En primer lugar, existe un monismo epistemológico entre matemáticas y física: coinciden en la búsqueda del conocimiento de sus objetos. En ambos casos se cuenta con experimentación y evidencia (en el caso de las matemáticas, las pruebas son análogas a la experimentación física y a la evidencia observable); la matemática se organiza deductivamente y la física incorpora esta organización deductiva en el diseño de sus teorías y en sus consecuencias. En este punto, la única diferencia entre matemáticas y física es la incorporación por parte de esta última del método de contrastación empírica. En ambos casos, la opinión de los especialistas es crucial para considerar los problemas clásicos y de vanguardia. Reparar en cada uno de estos aspectos permite definir la matemática análogamente a la ciencia física, además de considerar una perspectiva monista epistemológica de la aplicación.

³⁴ Shapiro, *op. cit.*; Stewart Shapiro, *Philosophy of mathematics: Structure and Ontology*, Nueva York: Oxford University Press, 1997.

³⁵ Chris Swoyer, “Structural Representation and Surrogate Reasoning”, *Synthese* 87 (3), pp. 449-508

En segundo lugar, de acuerdo con la síntesis estructural, no hay homomorfía sin aplicación. La semejanza entre estructuras matemáticas y físicas depende de la aplicación. Anteriormente, establecí cómo al relacionarse dos estructuras (matemática y física) se producen o redefinen nuevas condiciones teóricas. De acuerdo con mi propuesta, la semejanza entre estructuras de diferente naturaleza se construye gracias a la postulación de nuevos conceptos. Si no se identifican éstos en las teorías físicas, el estado, el proceso o el fenómeno físico no tendrían alguna estructura similar a la estructura matemática que los modela. De acuerdo con la síntesis estructural, existe una segunda consecuencia monista epistemológica en la explicación de la aplicación matemática. Pero en esta ocasión, el carácter monista de la síntesis estructural dependerá, curiosamente, de una condición dualista de la aplicación, esto es, depende del resultado de aplicar una estructura matemática como una descripción exitosa de una regularidad física.

Si lo anterior tiene sentido, el aspecto monista de la homomorfía y el dualista sobre el carácter auxiliar de las matemáticas respecto a la física, lejos de estar en tensión, en la síntesis estructural, representan dos propiedades consistentes del fenómeno de la aplicación, desde las que puede explicarse el éxito de la aplicación matemática.

En suma, la síntesis estructural ofrece una explicación que integra en una sola propuesta aspectos definitorios de la naturaleza de la aplicación: la homomorfía estructural, el papel auxiliar de la representación matemática, los conceptos de aplicación y la semejanza estructural por la aplicación.

En la siguiente sección desarrollaré un estudio de caso —“Termometría, calorimetría y transferencia de calor”—. La finalidad será ilustrar cada uno de los aspectos teóricos de la síntesis estructural. Con esto, probaré mi propuesta y, al mismo tiempo, cumpliré con la exigencia de su contrastación a la luz de una teoría física particular.

Estudio de caso: termometría, calorimetría y transferencia de calor

La motivación general de este estudio no es aportar directamente resultados sobre aspectos particulares de la filosofía de la física, sino delinear mi teoría de la aplicación matemática a partir de algunos aspectos que constituyen la ciencia de la energía. Los resultados de

mi análisis serán tan sólo una ilustración del funcionamiento de la aplicación.

La estrategia que seguiré para lograr mi objetivo será fijar la atención en la evolución de algunos de los conceptos de la física que han marcado los fundamentos más básicos de la termodinámica: temperatura, calor, cantidad de calor y transferencia de calor. Notaré cómo, con la evolución y redefinición de los conceptos de temperatura y calor, los físicos empezaron a distinguir en sus trabajos experimentales entre percepciones intuitivas, experimentación cualitativa, experimentación cuantitativa y descripción algebraica de resultados experimentales —leyes o principios generales—. Abordaré adicionalmente que la matematización de una teoría física cobra sentido, por una parte, con la noción de observación cuantitativa y, por otra, con la descripción algebraica de resultados. A manera de ejemplo, constataré cómo estos aspectos se relacionan con la investigación experimental de Joseph Black al explicar la transferencia de calor como una ley general que antecede al Principio Cero de la Termodinámica.

Antes de llegar a la formulación del número de Joule, distintos científicos estaban muy interesados por la naturaleza del calor. Son tres los desarrollos más importantes que anteceden al descubrimiento y formulación matemática del equivalente mecánico del calor: la termometría, la calorimetría y las teorías del calor.

Se puede pensar que si un metal, una piedra, un corcho, un pedazo de madera o un vaso de agua se encuentran a la misma temperatura, los sentidos son capaces de percibir este equilibrio. Sin embargo, estos materiales se sienten por completo diferentes al tacto aunque estén a la misma temperatura. Por tanto, la afirmación de que todos los cuerpos se comunican libremente entre sí y que, al no estar dispuestos a desigualdad alguna debido a una acción externa, adquieren la misma temperatura —como se indica en un termómetro (Ley de Black, 1759-1762)— no es un asunto obvio. Este principio es el resultado de experimentos cuantitativos³⁶

³⁶ Tomo las expresiones “percepciones intuitivas”, “experimentación cualitativa”, “experimentación cuantitativa” y “descripciones algebraicas” del físico Arnold B. Arons y su libro *Evolución de los conceptos de la física*, Lorenzo Ranzo (trad.), México: Trillas, 1970. De acuerdo con Arnold, la percepción intuitiva es aquella información sensorial que proviene de la percepción

en donde se distinguen, por un lado, las percepciones intuitivas o directas de caliente y frío de los objetos y, por otro, las propiedades termométricas que tienen.

Si bien el desarrollo de la ciencia del calor se basó en principio en las percepciones intuitivas o directas de caliente y frío, fue hasta la invención del termómetro que esta ciencia progresó con paso firme.³⁷ El termómetro es un instrumento sensible al medio que permite la aplicación de una escala de medición a los cambios de temperatura que sufren los cuerpos y les asigna una magnitud. En términos generales, lo que se necesita para construir uno, en cuanto que dispositivo que aplica una escala de medida, son puntos fijos, es decir, puntos que refieran a estados en los que la temperatura permanezca constante. Por ejemplo, hay puntos fijos en los termómetros que indican sucesos de la naturaleza fácilmente reproducibles en un

directa de estados y procesos físicos. Por ejemplo, cuando se toca una piedra o un metal, se siente su calor pero de ninguna manera con ello se constata una propiedad térmica de tales objetos, pues la percepción no mide lo que percibe. Basado en las observaciones calorimétricas de Black, Arnold establece que los sentidos no justifican el estado de equilibrio de diferentes materiales. Para dar cuenta de un estado de equilibrio entre diferentes materiales, se requieren observaciones cuantitativas, i. e., patrones de medición que puedan aplicarse sistemáticamente a estados físicos (*ibid.*, pp. 431-434). Cuando el físico incluye, en primer lugar, observaciones cuantitativas para el diseño de sus experimentos, se dice que su investigación se conduce bajo una línea de experimentación cuantitativa. Cuando el científico además incluye descripciones algebraicas de sus resultados experimentales y constata sistemáticamente la utilidad de la ecuación con diferentes experimentos, no sólo se completa el carácter cuantitativo de su investigación, sino que tendrá como finalidad postular una ley o principio general de la física.

³⁷ Este tipo de consideraciones son consistentes con las observaciones que aparecen en el texto de James B. Conant como parte de sus comentarios sobre el origen y el declive de la Teoría Calórica: “*As the present Case History will show, quantitative studies of phenomena connected with heat became possible only after the invention of the thermometer* [Como el presente caso histórico mostrará, los estudios cuantitativos de los fenómenos relacionados con el calor fueron posibles sólo después de la invención del termómetro]” (James B. Conant *et. al.*, *Harvard Case Histories in Experimental Science*, vol. I, caso 3, Cambridge: Harvard University Press, 1957).

laboratorio y que ocurren siempre a la misma temperatura, *ex. gr.*, el punto de congelación y el de ebullición del agua.

Toda termometría se basa en la observación de cambios, de lo que llamaron posteriormente alguna “propiedad termométrica” de una sustancia conforme se vuelve más caliente o fría. Un ejemplo cercano a la vida diaria de esta observación es verificar el nivel de agitación de una sustancia a partir de la dilatación del mercurio dentro de un termómetro: para diseñar un instrumento que mida la temperatura, se elige una cualidad de la sustancia que sea fácilmente observable, que varíe de manera importante con la agitación de sus partículas, que sea fácil de medir y que permita relacionar su variación con la agitación que tiene el cuerpo. La cualidad elegida en los termómetros de mercurio es la dilatación. Éste se utiliza porque es un metal líquido que, entre los -20°C y 100°C , se dilata mucho. Se encierra el metal en un tubo fino para que, al dilatarse un poco, avance bastante por el tubo. Al medir longitudes de la columna, se puede establecer una relación entre la dilatación y el nivel de la agitación de la sustancia medida. Pero ¿en qué consiste realmente un termómetro? ¿Qué es exactamente una propiedad termométrica? ¿Es lo mismo hablar de temperatura que de calor?

Mi interés por los termómetros no es el material con el que está construido cada uno de sus tipos ni tampoco hacer una reseña histórica sobre la evolución de este instrumento. Aunque a continuación mencionaré algunos de los diferentes tipos de termómetros que han existido, mi interés se fija en la escala de medición que representan.

Alrededor de 1600, Galileo, con la finalidad de comparar diferencias de temperatura³⁸ y cambios de presión, inventó un termoscopio que consistía en un bulbo de vidrio que contenía aire con un largo tubo que se extendía hacia abajo y se introducía en un recipiente de agua. A medida que el tubo se calentaba o se enfriaba, el aire en el interior se extendía o se contraía y el nivel de agua subía o bajaba dentro del tubo. Este dispositivo era sensible a las variaciones de la presión atmosférica así como al calentamiento o enfriamiento.

El termoscopio sólo servía para comparar diferencias de temperatura y no para medirlas. La desventaja de este dispositivo era que sólo

³⁸ En esta época, aún no se marcaban las diferencias entre temperatura y calor. Como se verá más adelante, previo a los experimentos cuantitativos de Joseph Black, ambos conceptos se utilizaban indistintamente.

podían obtenerse datos cualitativos y no observaciones cuantitativas,³⁹ ya que carecía de una escala que permitiese cuantificar las variaciones de temperatura y estandarizar la lectura del dispositivo.⁴⁰

Los termoscopios fueron mejorados por otros investigadores. La sensibilidad a las variaciones de presión fue eliminada por medio del uso de líquidos completamente sellados en complicados bulbos y tubos de vidrio. Hacia el final del siglo xvii, se introdujo la práctica de calibrar las escalas termométricas marcando puntos fijos (tales como los de fusión de la nieve y de la mantequilla) y dividiendo la escala en cierto número de intervalos uniformes elegidos arbitrariamente. Newton llevó a cabo experimentos con un dispositivo de esta forma.

Entre 1714 y 1717, Fahrenheit construyó termómetros de alcohol y mercurio, usando también bulbos y tubos cilíndricos. Él propuso la escala que lleva su nombre. Durante el periodo de 1710 a 1743, se desarrolló la escala Celsius (centígrada) de temperatura.⁴¹

Ambas indican un estado de temperatura de una sustancia. La escala Celsius en su origen asignaba el 0 para indicar un punto de vapor y el número 100 para un punto de hielo —hoy en día, estas magnitudes se invierten—.⁴² Lo que hace la escala de medición es indicar, por medio de números, magnitudes que a su vez corresponden a propiedades termométricas.

En general, la relación entre los números y la temperatura como una propiedad termométrica se explica de la siguiente manera. La escala de medición grabada en un dispositivo como el termómetro de mercurio está constituida por una serie ascendente de números

³⁹ Una observación cuantitativa es la determinación de una medida, de una magnitud. Por eso, por observaciones cuantitativas se entiende la determinación de una escala de medición, el uso de un aparato o dispositivo que aplique tal escala y un proceso específico para utilizar dicho instrumento.

⁴⁰ La idea de proveer al termoscopio con una escala —y convertirlo en un termómetro—, se atribuye a Sanctorius Sanctorius, colega de Galileo, en 1611. Como se verá más adelante, la escala es necesaria para la realización de observaciones cuantitativas y para la matematización de estados o procesos físicos.

⁴¹ La escala Celsius se llama así por el astrónomo sueco Anders Celsius. Durante 1740, Celsius fue de los primeros en proponer y utilizar una escala centesimal.

⁴² Carlos Linneo fue el autor de este cambio.

naturales que van, en el caso de la escala Celsius, del 0 al 100. Cada número representará una magnitud que va de 0°C a 100°C respectivamente cuando, de la aplicación del dispositivo a una sustancia, el mercurio que contiene se dilate o se contraiga deteniéndose en alguna marca. Ésta indicará una magnitud en grados centígrados, que corresponderá a la medida de una propiedad o estado termométrico. Al medir una longitud, se medirá la temperatura.

Claramente el 0 es distinto al punto de vapor. El número es un objeto matemático abstracto, mientras que el segundo es un estado físico. Sin embargo, de acuerdo con los indicadores numéricos de la escala Celsius, toda sustancia que se encuentre en el punto 0 se encontrará en el punto de vapor y viceversa. Ahora bien, ¿qué significa que un cuerpo “se encuentre en el punto cero” cuando el 0 es un objeto matemático abstracto? Significa que al cuerpo se le ha asignado una magnitud por medio de una escala que permite cuantificar su condición térmica. De ninguna manera significa que el objeto matemático se ha sintetizado ontológicamente con algunas propiedades térmicas de la sustancia.

Para la termometría, el número 0 indica una magnitud en términos de 0°C , que corresponde a una medida de un estado físico o propiedad física de una sustancia (en este caso, punto de vapor). Será en este sentido que el número 0 (cero) de la escala de medición equivaldrá a un estado específico de un cuerpo. En este caso, Anders Celsius ya no habla de una percepción intuitiva de calor y frío de una sustancia, sino de una propiedad medible que tiene dicho material: su temperatura. Esta propiedad es determinable experimentalmente mediante la aplicación de la escala.

Las propiedades termométricas no son el resultado de una percepción directa de calor o frío de un cuerpo, sino de una observación cuantitativa que describe una propiedad física mediante una magnitud. Toda observación cuantitativa presupone el uso de una escala de medición, un instrumento o dispositivo que aplique tal escala y un proceso específico para utilizar el dispositivo y estandarizar su lectura. La temperatura como una propiedad termométrica es una conjunción entre el cambio de un estado que sufre una sustancia al volverse más caliente o fría y una indicación matemática de la variación o permanencia de tal estado termométrico.⁴³

⁴³ Si bien es correcto afirmar que, aun cuando no haya percepción directa o intuitiva de las propiedades termométricas, hay otro tipo de percepción

¿Qué hace entonces una escala de medición? Indica magnitudes y con ello propiedades termométricas.

En el marco de un experimento sobre el calor, las escalas de medición cobran una importancia fundamental en diferentes sentidos. En primer lugar, de la aplicación de la escala mediante un dispositivo depende un patrón de medida estándar de la temperatura de las sustancias, lo que es una matematización inicial en un modelo experimental sobre el calor: al medir longitudes, se miden temperaturas, se miden propiedades físicas.

En segundo lugar, con “temperatura” no se hace referencia a eso que se percibe al tocar una sustancia, sino que se nombra un nuevo concepto.⁴⁴ Éste se refiere a magnitudes, a las que corresponden estados físicos.

En tercer lugar, las magnitudes registradas en los experimentos específicos servirán como medios iniciales para la formulación de una descripción matemática más elaborada de resultados experimentales. Estas magnitudes aparecerán como patrones constantes en funciones matemáticas que describen procesos físicos entre diferentes cantidades o tipos de sustancias.

Lo anterior puede constatarse, por ejemplo, con el descubrimiento y la formulación matemática de la ley general del calor de Black:

This equilibrium is somewhat curious. We find that, when all mutual action is ended, a thermometer applied to any one of the bodies

indirecta a través de la manifestación directa o intuitiva de una de sus consecuencias —*i. e.*, la de producir una cierta expansión en el líquido del termómetro—, éste no es el punto. Mi interés no es marcar distinciones entre percepciones directas (intuitivas) y percepciones indirectas (por medio de dispositivos) a partir de una teoría de la percepción específica, sino establecer que las propiedades termométricas dependen de la matemática, que son propiedades producidas mediante descripciones matemáticas.

⁴⁴ Al respecto, Conant señala: “*Excerpts from the published lectures of Joseph Black, shows how the thermometer made possible new concepts of fundamental importance, and how it led in turn to the invention of a new type of thermal instrument* [Extractos de las conferencias publicadas de Joseph Black muestran cómo el termómetro hizo posible nuevos conceptos de importancia fundamental, y cómo a su vez éste dirigió, a la invención de un nuevo tipo de instrumentos térmicos]” (Conant *et. al.*, *op. cit.*, caso 3).

undergoes the same degree of expansion. Therefore the temperature of them all is the same. No previous acquaintance with the peculiar relation of each body to heat could have assured us of this, and we owe the discovery entirely to the thermometer. We must therefore adopt, as one of the most general laws of heat, the principle that all bodies communicating freely with one another, and exposed to no inequality of external action, acquire the same temperature, as indicated by a thermometer. *All acquire the temperature of the surrounding medium.*

By the use of thermometers we have learned that, if we take a thousand, or more, different kinds of matter such as metals, stones, salts, woods, cork, feathers, wool, water and a variety of other fluids although they be all at first of different temperatures, and if we put them together in a room without a fire, and into which the sun does not shine, the heat will be communicated from the hotter of these bodies to the colder, during some hours perhaps, or the course of a day, at the end of which time, if we apply a thermometer to them all in succession, it will give precisely the same reading. The heat, therefore, distributes itself upon this occasion until none of these bodies has a greater demand or attraction for heat than every other of them has; in consequence, when we apply a thermometer to them all in succession, after the first to which it is applied has reduced the instrument to its own temperature, none of the rest is disposed to increase or diminish the quantity of heat which that first one left in it. This is what has been commonly called an “equal heat”, or “the equality of heat among different bodies”; I call it the equilibrium of heat.

[Este equilibrio es algo curioso. Nos encontramos con que, cuando toda la acción mutua se termina, un termómetro aplicado a cualquiera de los cuerpos se somete al mismo grado de expansión. Por lo tanto, la temperatura de todos ellos es la misma. No hay conocimiento previo de la relación peculiar de cada cuerpo con el calor que pudiese habernos asegurado de esto, éstos resultados se los debemos enteramente al descubrimiento del termómetro. *Por lo tanto debemos adoptar, como una de las leyes más generales del calor, el principio de que todos los cuerpos comunicados libremente entre sí, y no expuestos a la desigualdad de la acción externa, adquieren la misma temperatura, como lo indica el termómetro.* Todos adquieren la temperatura del medio circundante.

Por el uso de termómetros, hemos aprendido que, si tenemos mil, o más, diferentes tipos de materia, tales como metales, piedras, sales, madera, corcho, plumas, lana, agua y una variedad de otros líquidos, a pesar de estar todos ellos, en un primer momento, a diferentes temperaturas, y si los ponemos juntos en una habitación sin un fuego, y en el que los rayos del sol no afecten, el calor será comunicado por el más caliente de estos cuerpos al más frío, durante unas horas tal vez, o lo largo de un día, al final de este tiempo, si aplicamos un termómetro sucesivamente a todos los materiales, éste dará exactamente la misma lectura. El calor, por lo tanto, se distribuye en este caso hasta que ninguno de estos cuerpos tenga mayor demanda o atracción de calor que cualquier otro de ellos, en consecuencia, cuando aplicamos un termómetro a todos los materiales en sucesión, después de que al primero al que se aplica, se ha reducido el instrumento a su propia temperatura, ninguno de los demás está dispuesto a aumentar o disminuir la cantidad de calor en comparación con el primero anterior [y así en sucesión]. Esto es lo que comúnmente se ha llamado un “calor igual”, o “la igualdad de calor entre diferentes cuerpos”, yo lo llamo el equilibrio de calor].⁴⁵

Continúa Black: “El calor es llevado así a un estado de equilibrio [...] Debemos adoptar, por tanto, como una de las leyes más generales del calor, el principio de que todos los cuerpos que se comunican libremente entre sí y que no están dispuestos a desigualdad alguna debido a acción externa, adquieren la misma temperatura, como es indicada por un termómetro”.⁴⁶

Si bien Black no publicó el diseño de sus experimentos sobre el calor⁴⁷ ni tampoco aparecen, en sus *Lectures* de 1803,⁴⁸

⁴⁵ *Ibid.*, secc. 2.

⁴⁶ Joseph Black, *Lectures on the Elements of Chemistry*. Citado en Arons, op. cit..

⁴⁷ Para el caso del “calor latente”, sí se encuentran mayores detalles de su trabajo experimental. Ver Black, op. cit.; Conant *et al.*, op. cit.; E.W.J. Neave, “Joseph Black’s *Lectures on the Elements of Chemistry*”, *ISIS* 25 (2), pp. 372-390. Disponible en www.jstore.org/stable/225375

⁴⁸ “Black never published his great discoveries on heat, although he taught them in his academic lectures. These lectures, which also incorporated his chemical researches, were published in 1803, after his death, being written

descripciones detalladas del diseño experimental que dio lugar a su ley, es posible identificar en los pasajes anteriores el lugar que tienen las observaciones cuantitativas como pasos previos a la generalización sobre el calor. Al respecto y adicionalmente, E. W. Neave, en “*Joseph Black’s Lectures on the Elements of Chemistry*”, señala:

Black devotes nearly 40 pages to the thermometer, dealing with the suitability of various liquids, methods of fixing points, scales of degrees, uses, etc. He relates how he verified the (almost) regular expansion of mercury with rise of temperature: he took the temperature of equal quantities of hot and cold water, mixed them, and took the temperature again. For the purpose of measuring temperatures outside the range of mercury thermometers, Newton’s “cooling curve” method is described [Black dedica casi cuarenta páginas para el termómetro, tratando con la idoneidad de diversos líquidos, métodos de fijación de puntos, escalas de grados, usos, etcétera. Relata cómo ha verificado la expansión (casi) regular del mercurio con el aumento de la temperatura: tomó la temperatura de cantidades iguales de agua fría y caliente, las mezcló, y nuevamente tomó la temperatura. Para efectos de la medición de temperaturas fuera del rango de los termómetros de mercurio, se describe el método “curva de enfriamiento” de Newton].⁴⁹

Así puede constatarse no sólo la importancia conferida por Black a la aplicación de una escala de medición vía un dispositivo para medir la temperatura de los materiales, también la asignación de magnitudes a los estados de temperatura de los diferentes cuerpos como precedentes experimentales para la formulación de su ley. En esta medida cobran sentido las afirmaciones de Black:

- (a) Acquire the same temperature, as indicated by a thermometer. All acquire the temperature of the surrounding medium.
- (b) We must therefore adopt, as one of the most general laws of heat, the principle that all bodies communicating freely with one

out by John Robison from Black’s notes and those taken by some of his students” (Conant *et al.*, *op. cit.*).

⁴⁹ Neave, *op. cit.*, p. 375.

another, and exposed to no inequality of external action, acquire the same temperature, as indicated by a thermometer.⁵⁰

Al considerar las observaciones de Black, en primer lugar, está claro que por los medios perceptuales directos no se verifica algún punto de equilibrio térmico de los diferentes materiales: “*No previous acquaintance with the peculiar relation of each body to heat could have assured us of this, and we owe the discovery entirely to the thermometer* [No hay conocimiento previo de la relación peculiar de cada cuerpo con el calor que pudiese habernos asegurado de esto, éstos resultados se los debemos enteramente al descubrimiento del termómetro]”.⁵¹ De hecho, perceptualmente se verificaría un resultado contrario al sentirse todas ellas de diferente manera. En segundo lugar, la escala de medición explícita el punto de equilibrio térmico e indica de manera exacta, vía un dispositivo, la temperatura de las sustancias. En tercer lugar, desde esta etapa, la aplicación matemática se convierte en un dispositivo generador de conceptos nuevos para la teoría, entre ellos la temperatura como una propiedad termométrica determinada por un procedimiento de medición. Este último punto forma parte de los importantes resultados adicionales de carácter conceptual que obtuvo Black con sus experimentos.

Joseph Black redefine los conceptos de calor y temperatura. Antes de este científico, las expresiones “calor” y “temperatura” se usaban indiscriminadamente. Por ejemplo, Fahrenheit hablaba de “grados de calor” cuando se refería a mediciones de temperatura.⁵² Black distingue los conceptos de calor y temperatura, pues pensaba que al usarse indiscriminadamente se confundían dos niveles en la experimentación cuantitativa sobre el calor. De acuerdo con él, “calor” es el nombre de “algo” que es intercambiado entre los cuerpos mientras alcanzan el equilibrio. Por su parte, “temperatura” es un

⁵⁰ “(a) Adquieren la misma temperatura, como lo indica el termómetro. Todos adquieren la temperatura del medio circundante. (b) Por lo tanto, debemos adoptar, como una de las leyes más generales del calor, el principio de que todos los cuerpos comunicados libremente entre sí, y no expuestos a la desigualdad de la acción externa, adquieren la misma temperatura, como lo indica el termómetro”. Neave, *op. cit.*, p. 375

⁵¹ Neave, *op. cit.*, p. 375

⁵² Arons, *op. cit.*, p. 433.

número observado sobre la escala de medición (termómetro) ligado a un estado físico. Este número es una medida de la cantidad de ese “algo” presente en un cuerpo:

Antes de la época de Black, las palabras calor y temperatura eran usadas más o menos en una forma indiscriminada... Black hizo el significativo refinamiento conceptual de distinguir entre éstos términos. “Temperatura” se refiere, por tanto, al número observado sobre la escala de un termómetro; “calor” se vuelve una idea, un nombre para algo que es intercambiado entre los cuerpos mientras cambian temperatura y alcanzan el equilibrio.⁵³ *But it was Black who, in the middle of the eighteenth century, made the distinction sharp and who, moreover, was the first to conceive clearly of heat as a measurable physical quantity, distinct from, although related to, the quantity indicated by a thermometer and called temperature.*

[Fue Black quien, en la mitad del siglo XVIII, hizo la clara distinción [entre calor y temperatura] y quien, además, fue el primero en concebir claramente el calor como una cantidad física medible, pero distinta aunque relacionada con la cantidad indicada por el termómetro, que es llamada temperatura].⁵⁴

La separación conceptual de Black entre calor y temperatura es un antecedente directo de la formulación contemporánea de esta distinción: la temperatura es una magnitud que refleja el nivel térmico de un cuerpo (su capacidad para ceder energía) y el calor es la energía que pierde o gana en ciertos procesos tal cuerpo (es un flujo de energía entre dos cuerpos que están a diferente temperatura).⁵⁵

⁵³ *Id.* De acuerdo con Arons, la generalización de Black del equilibrio térmico incorpora una idea que es establecida con mayor análisis en tratados modernos bajo el nombre de Ley Cero: si un cuerpo A está en equilibrio térmico con B y B está en equilibrio térmico con C , entonces A y C están también en equilibrio térmico. *Cfr., id.*

⁵⁴ Conant, *op. cit.*

⁵⁵ En este último caso, se utilizan ya los conceptos de energía y cantidad de energía, que en la época de Black aún no aparecían. Tales conceptos fueron el resultado de la evolución y refinamiento del concepto de calor. La definición inicial de un concepto frecuentemente señala la forma para una mayor

Si bien es posible decir que la temperatura es una propiedad que tienen los cuerpos de manera independiente a su medición, el concepto de temperatura, como una propiedad termométrica, surge hasta que se desarrolla una escala y un instrumento para medirla. No tiene sentido hablar en términos generales de la temperatura de los cuerpos o de la temperatura particular de un cuerpo sino se cuenta con una forma de ordenarla, de medirla. Es irrelevante considerar a la temperatura como una propiedad sensible de los cuerpos sin un orden que la estructure. En todo caso, la temperatura será un concepto de aplicación que refiere a una propiedad medible del nivel térmico de un cuerpo.

Como consecuencia, la temperatura para la física no es esa sensación de calor de un objeto. Esto es tan sólo una forma de hablar en la vida diaria. La temperatura en términos científicos es un concepto que refiere a una propiedad, que ha resultado de observaciones cuantitativas sobre las condiciones térmicas de los objetos. Es una magnitud que indica el nivel térmico de un cuerpo. Esto es lo que Black señala con su observación cuantitativa “mientras los cuerpos cambian de temperatura”.

Las propiedades termométricas no son el resultado de investigaciones sobre condiciones microscópicas de la naturaleza de la materia (energía cinética promedio que tienen las partículas que constituyen un sistema, *ex. gr.*, átomos, moléculas, estructura electrónica), o bien de investigaciones sobre la naturaleza ontológica de la materia (la esencia de ella). Son el producto de indicar matemáticamente procesos macroscópicos de intercambio de “algo”⁵⁶ para alcanzar un estado de equilibrio (el día de hoy, esto se establece en términos de la energía interna que depende casi de forma exclusiva de la temperatura de un sistema). Éste es un ejemplo muy sencillo de cómo a partir de las matemáticas se producen determinaciones conceptuales para la teoría física y cómo han estado presentes desde la posibilidad misma de llevar a cabo una experimentación

investigación y experimentación. Los conocimientos ganados mediante experimentos cuantitativos conducirán, o bien al refinamiento y redefinición del concepto original, o bien al surgimiento de nuevos conceptos.

⁵⁶ Recuérdese que en ese momento aún no aparecía el concepto de “transferencia o intercambio de calor” en los términos modernos de la termodinámica.

cuantitativa. Como abordaré más adelante, las matemáticas también estarán presentes en las generalizaciones sobre el calor en términos de descripciones algebraicas, como una fase distinta y correspondiente a los resultados experimentales.

La ciencia del calor sigue desarrollándose. La Ley General del Calor, como antecedente al Principio Cero de la Termodinámica, consideraba (aunque aún no de forma clara) otro concepto: “transferencia de calor”. En términos modernos, se dice que hay transferencia de calor entre dos sistemas cuando ellos llegan al equilibrio térmico —que Black demostró— sin hacer “trabajo” uno sobre otro. Esta terminología no aparece explícitamente en Black ni en los anteriores investigadores, aunque la idea estaba implicada. La definición operacional de esta nueva expresión (transferencia de calor) sólo se da con la constitución moderna de la termodinámica.

Para conceptualizar de modo correcto “transferencia de calor” es importante hablar de un concepto intermedio “cantidad de calor (Q)”. Arons señala que los resultados de Black proporcionaron las bases lógicas para hablar de éste a partir de sus experimentos sobre volúmenes iguales o distintos de agua:

El trabajo de cierto número de predecesores de Black, junto con los cuidadosos experimentos y la lúcida interpretación del mismo Black, proporcionó la base lógica para hablar sobre “cantidad de calor”: los experimentos sobre la cantidad de calor de volúmenes o masas iguales de agua, inicialmente a diferentes temperaturas, cuando eran mezcladas, se observaba que la temperatura final de equilibrio de la mezcla estaba siempre exactamente a la mitad entre dos temperaturas iniciales (siempre y cuando se tomaran precauciones para aislar térmicamente el sistema, es decir, reducir las tendencias a llegar al equilibrio con el aire ambiente u otros objetos).⁵⁷

Lo interesante es que para obtener y generalizar los resultados de estos experimentos sobre la cantidad de calor entre volúmenes o

⁵⁷ Arons, *op. cit.*, p. 434. En *Lectures on the Elements Chemistry*, se pueden leer las particularidades de los distintos experimentos de Black sobre el calor latente como secciones específicas de su experimentación sobre la transferencia de calor entre el agua y el hielo.

masas iguales de agua, en los términos antes señalados, Black utilizó descripciones algebraicas congruentes con los resultados, que además producirían la formulación física de leyes o principios generales.⁵⁸

Para llegar al equilibrio, los cambios de temperatura (Δt) de las masas calientes y frías son iguales y opuestos:

$$\Delta t_h = -\Delta t_c \quad (1)$$

Cuando eran mezcladas diferentes masas de agua, los cambios eran inversamente proporcionales a las masas respectivas:

$$\Delta t_h / \Delta t_c = - m_c / m_h \quad (2)$$

Esto es, la masa menor sufre un cambio de temperatura proporcionalmente mayor, de manera que los productos $m \Delta t$ permanecen iguales en magnitud:

$$m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c \quad (3)$$

Como las cantidades son fijas y reproducibles en cualquier situación dada, éstas se vuelven la medida de “algo” que es intercambiado entre las dos masas de agua, algo que es perdido por una y ganado en igual manera por la otra. Con esta descripción, surge propiamente el concepto de transferencia de calor: “De tales observaciones se derivan nuestras locuciones sobre ‘intercambio de cantidades de calor’ y el producto $m\Delta t$ es tomado como una medida de tal cantidad cuando diferentes muestras de la misma sustancia son mezcladas o puestas en contacto una con otra a diferentes temperaturas”.⁵⁹

Black demostró que $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ era válida sólo cuando la misma sustancia era mezclada, pero fallaba para predecir los cambios de temperatura para mezclas de mercurio y agua. Estos resultados experimentales le hacían pensar que las sustancias tenían un calor específico.

Lo importante en todo caso, además de ver en la explicación matemática el origen del concepto transferencia de calor, es observar

⁵⁸ *Id.*

⁵⁹ *Id.*

que la descripción algebraica $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ es posterior al experimento, esto es, está en el nivel de los resultados experimentales.⁶⁰

Con “posterior”, me refiero a dos circunstancias: una temporal y otra explicativa. Para el primer caso, si bien la descripción matemática $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ es temporalmente posterior al diseño y desarrollo del experimento, este aspecto no es suficiente para sostener que la semejanza entre estructuras matemáticas y físicas es posterior a la aplicación. Sin embargo, percatarse de que la descripción algebraica $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ es posterior al experimento en términos explicativos sí contribuye a mantener dicha tesis. Esto es, el científico no percibe en el mundo la estructura matemática $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ como la estructura de la transferencia del calor, lo demuestra.

Antes de conocer que el intercambio de calor entre dos masas de agua tiene cierta estructura matemática, el científico (en este caso Black) sólo contaba con lo que se sabe de su diseño experimental. Este diseño estaba constituido por la mezcla de dos masas iguales y de dos masas de agua distintas, estados termométricos de las sustancias (temperatura), así como relaciones de estas condiciones con otros factores físicos, *ex. gr.*, condiciones espacio-temporales entre cuerpos y sustancias, el entorno del sistema y el medio ambiente externo al sistema, por medio de observaciones cuantitativas, el científico se percata que existen ciertas regularidades térmicas cuando dos masas de agua a diferente temperatura alcanzan un punto de equilibrio. El científico presupone que tales regularidades pueden ordenarse matemáticamente, por lo que parte de su trabajo experimental lo dedica a desarrollar una ecuación que capture la regularidad y que además sea una función que explique sistemática y exitosamente diferentes resultados experimentales.

En esta línea, la homomorfía estructural entre la descripción algebraica que captura la regularidad física y el sistema físico es posterior a la aplicación. El científico sólo ahora conoce que la regularidad física de la transferencia de calor tiene una estructura

⁶⁰ En la segunda sección de este estudio de caso, apoyaré también esta idea. Mostraré que las descripciones matemáticas de James Prescott Joule respecto al Equivalente Mecánico del Calor son la presentación de sus resultados cuantitativos de 1843, 1845 y 1850. Esto ilustrará adicionalmente que las descripciones matemáticas que capturan una ley son posteriores al experimento.

matemática. Por medio de sus experimentos, se ha dado cuenta de que una matematización funciona adecuadamente para ordenar la regularidad física. Estas circunstancias contribuyen a sostener que la homomorfía entre la estructura matemática y la estructura física es posterior a la aplicación y no anterior. El científico no percibe directamente la estructura matemática de los fenómenos físicos, sino que diseña su orden matemático en el entorno de una investigación cuantitativa hecha para eso.

Esta descripción algebraica sobre el equilibrio de masas de agua funciona de manera similar a los casos donde se aplicaba una escala de medición por medio de un dispositivo (termómetro) para determinar la temperatura de un cuerpo como una de sus propiedades. Ahora, de manera similar, las descripciones matemáticas (1), (2) y (3) funcionan como una escala de medición general ($m\Delta t$) sobre “algo” que es intercambiado entre dos masas de agua. En este caso, de la misma manera que para el termómetro, la magnitud no es un estado físico sino que sólo lo indica. Las descripciones algebraicas no son ese “algo” que es perdido o ganado por una masa de agua, pero sí indican la existencia de una regularidad en el intercambio de calor entre volúmenes de distintas sustancias, cuyo proceso es perceptualmente inaprehensible al margen de una observación cuantitativa que lo mida.

Así como los números 0 y 100 en la escala original de Celsius indicaban un punto de vapor o un punto de hielo respectivamente sin ser tales estados físicos, las ecuaciones serán funciones de regularidades entre procesos térmicos, constatadas por diferentes experimentos, sin ser dichos procesos. La ecuación $\Delta t_h / \Delta t_c = -m_c / m_h$ será sólo un conjunto de operadores y operaciones que indicarán “cantidades de calor” si y sólo si se cuenta con una interpretación física de la ecuación, *i. e.*, si es conocido el valor de sus parámetros.

¿Cómo entonces una ecuación matemática describe una regularidad física? Se requiere distinguir al menos cuatro etapas de un proceso interpretativo para responder a esta pregunta.

En la primera etapa, se tiene una fórmula matemática. Ésta está constituida por operadores y operaciones. Hasta aquí, no dice nada en términos físicos; tan sólo es nomenclatura con una interpretación técnica de sus constituyentes.

En la segunda, los científicos determinan cuáles variables de una fórmula indicarán ciertos parámetros físicos.

En la tercera, los científicos hacen corresponder valores particulares de los parámetros con estados y procesos físicos específicos. En este estadio, se indican magnitudes y cantidades para medir estados y procesos físicos como la temperatura de materiales y el intercambio de “algo” entre los cuerpos y sustancias. Particularmente, será en esta etapa donde se identifican “temperatura” y “transferencia de calor” como conceptos de aplicación que refieren a una propiedad termométrica y a un proceso físico respectivamente.

En la cuarta etapa, los científicos resuelven la ecuación. Para hacerlo, consideran tanto los parámetros físicos y sus valores particulares, como las relaciones y operaciones matemáticas que estructuran la fórmula. El resultado matemático que obtienen adquiere ahora una interpretación física. Así, el despeje de la incógnita ofrece un avance en el conocimiento del fenómeno físico. A partir de este resultado, se conoce la estructura matemática de un estado o proceso físico. En este sentido, la semejanza estructural entre el sistema matemático y el fenómeno físico es posterior a la aplicación, *i. e.*, se conoce la homomorfía sólo por la aplicación.

Ejemplificaré cada etapa:

Primera etapa (a) $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$

(a) es una fórmula matemática. Esto es, productos ($m_h \Delta t_h$; y $m_c \Delta t_c$), relaciones ($m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$) y operaciones ($-m_c \Delta t_c$). En esta etapa, no se sabe qué miden m_h , t_h , e , t_c , etcétera.

Segunda etapa

Se realiza una asignación de variables con parámetros físicos.

Δt son los cambios (incremento) de temperatura.

$\Delta t_h = -\Delta t_c$ quiere decir que los cambios de temperatura (Δt) de las masas calientes y frías son iguales y opuestos.

$\Delta t_h / \Delta t_c = -m_c / m_h$ indica que, para mezclas de diferentes masas de agua, los cambios son inversamente proporcionales.

$m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ señala que la masa menor sufre un cambio de temperatura proporcionalmente mayor, de manera que los productos $m\Delta t$ permanecen iguales en magnitud.

Tercera etapa

Se asignan valores particulares a los parámetros (magnitudes y cantidades relacionadas con estados y proceso físicos, es decir, conceptos de aplicación).

$$m_h = 30\text{g}$$

$$t_h = 20^\circ\text{C}$$

$$m_c = 50\text{g}$$

$$t_c = 40^\circ\text{C}$$

Cuarta etapa

Despeje de la ecuación e interpretación física del resultado:

$$(m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c) \text{ se convierte en } 30\text{g} \Delta 20^\circ\text{C} = -50\text{g} \Delta 40^\circ\text{C}$$

$$30 (\Delta t_h) = -50 (\Delta t_c)$$

$$(\Delta t_h) = (\Delta t_c)$$

$$(40 + x) = (20 - x)$$

$$x = 20$$

Como las cantidades numéricas de $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ son fijas y reproducibles en cualquier situación dada, es posible pensar que cada una de ellas es la medida de algo que es intercambiado entre las dos masas de agua, algo que es perdido por una y ganado en igual cantidad por otra ($x = 20$). De estas observaciones se deriva el concepto de “intercambio o transferencia de calor” y el producto $m\Delta t$ es tomado como la medida general de tal cantidad.

En este caso, la matematización de la absorción del calor de una sustancia es importante por dos aspectos. En primer lugar, en términos generales, gracias a las descripciones matemáticas, es posible la generalización de resultados al proporcionar leyes físicas sobre la transferencia de calor entre dos masas de agua. En segundo lugar, en términos específicos, las descripciones algebraicas son la única manera de calcular la cantidad de calor tomada o cedida por una sustancia o cuerpo. De aquí que sea posible establecer en qué consiste el principio sobre “la transferencia o el intercambio de calor”: la cantidad de calor tomada o cedida por una sustancia o cuerpo es directamente proporcional a su masa y al aumento (o disminución) de temperatura que experimenta.

El concepto de “cantidad de calor” sólo cobra sentido con la descripción algebraica de los resultados experimentales sobre ma-

sas de agua a diferentes temperaturas. “Cantidad de calor” será el producto de un cálculo matemático. No se refiere a una propiedad obvia de masas de agua o alguna propiedad microscópica de la materia. “Cantidad de calor” es en este sentido un concepto de aplicación matemática.

Por su parte, “transferencia o intercambio de calor” también queda definido matemáticamente al explicarse a partir del despeje de una ecuación. En primer lugar, desde Black, la cantidad de calor y la transferencia de calor no son algo que se pueda verificar mediante percepción directa, sino que dicho estado y dicho proceso están matemáticamente definidos. En segundo lugar, la estructura matemática del estado (cantidad de calor) y la estructura matemática del proceso (transferencia de calor) se conoce y se explican por la aplicación.

En observaciones experimentales posteriores, Joseph Black demostró que la ecuación $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ era una descripción correcta sobre el proceso de transferencia de calor y del estado de equilibrio entre cantidades de la misma sustancia, pero que esta ecuación fallaba para predecir los cambios de temperatura para mezclas heterogéneas, por ejemplo, de mercurio y agua.

Dadas estas circunstancias, Black sostuvo que cada sustancia podía ser reproducible y sistemáticamente comparada con algún patrón conocido (por ejemplo el agua) en su capacidad para absorber calor y cambiar de temperatura. Por ejemplo, encontró, por el método de las mezclas, que 100g de mercurio se comportan como 3.3g de agua, lo que significó que el agua tiene una capacidad mucho mayor para el calor que este metal. Una cantidad específica de calor produce en 3.3g de agua el mismo cambio de temperatura que produce en una masa mucho mayor (100g) de mercurio.

Al encontrar Black que esta propiedad era medible y reproducible, se condujo a describirla matemáticamente por medio de una constante de proporcionalidad aplicada al producto $m\Delta t$. De esta manera, la ecuación $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ se modificó:

$$c_A m_A \Delta t_A = -m_w \Delta t_w$$

Donde ahora:

$m_w \Delta t_w$ simboliza la cantidad de calor ganada o perdida por una cantidad de agua en un experimento de mezcla.

$c_A m_A \Delta t_A$ vale por el calor perdido o ganado por otra sustancia A .

En este caso, si la sustancia A es agua, $c_A^i = 1$. Si A es alguna otra sustancia, $c_A m_A$ puede ser interpretada como la cantidad equivalente de agua. Por ejemplo, en el caso del mercurio, $c_A = 0.033$ y con 100 g de mercurio $c_A m_A = 3.3$, que es el equivalente en términos de agua.

Por su parte, en $c_A m_A \Delta t_A = -m_w \Delta t_w$, las unidades en las que el calor es medido ($m_w \Delta t_w$) serán iguales a 1 si m_w y Δt_w son unitarias. A partir de esto, surgen diferentes nombres para diferentes cantidades de calor que cambian la temperatura de una masa unitaria de agua en un grado en alguna escala de temperatura:

-Caloría: cantidad de calor que eleva la temperatura de g de agua en un grado centígrado.

-Kilocaloría: cantidad de calor que eleva la temperatura de 1kg de agua en un grado centígrado.

-BTU:⁶¹ cantidad de calor que eleva la temperatura de 1 libra de agua en un grado Fahrenheit.

Como resultado, si $c_A m_A \Delta t_A$ denota una cantidad de calor, c_A debe tener las dimensiones de cantidad de calor por unidad de masa por cambio unitario de la temperatura. Por ejemplo $c_A = 0.33$ cal/g °C para el mercurio. Este número se modificará para diferentes materiales y cada caso será una propiedad reproducible y única. Siguiendo a Black, esta propiedad es llamada “calor específico” o “capacidad calorífica”. En otras palabras, la estructura matemática del calor específico para cada sustancia estará dada por la función $c_A m_A \Delta t_A = -m_w \Delta t_w$.

Dada la importancia de las matemáticas para describir el calor específico como una magnitud térmica, “calor específico” o “capacidad calorífica” será entonces un concepto de aplicación en los mismos términos que “temperatura”, “propiedad termométrica” y “transferencia de calor”.

Todo lo que he dicho hasta aquí permite concluir diferentes aspectos de mi tesis sobre la aplicación matemática. He propuesto que la aplicación matemática es, por una parte, un dispositivo generador de nuevos conceptos para las ciencias matematizadas y, por otra, que en virtud de la aplicación, es posible explicar la homomorfía entre estructuras matemáticas y físicas.

⁶¹ El símbolo BTU refiere a British Thermal Unit (Unidad térmica británica).

Las dos condiciones anteriores quedan ilustradas si se considera el origen conceptual de la temperatura como una propiedad termométrica, la transferencia de calor como un proceso térmico y el calor específico como una magnitud física.

En primer lugar, la explicación de cada uno de estos conceptos ha dependido de un patrón de medida proporcionado, o bien por una escala de medición mediante un dispositivo (termómetro en °C), o por funciones matemáticas, *ex. gr.*, $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ o $c_A m_A \Delta t_A = -m_w \Delta t_w$, que capturan la regularidad $m\Delta t$ como el patrón de medida de la cantidad de intercambio de calor.

Los conceptos de temperatura, transferencia de calor y calor específico no se refieren a la percepción directa de estados o procesos físicos. Cada uno de estos conceptos ha sido una cantidad. En el caso de la temperatura, ésta será una magnitud a la que le corresponderá un estado físico. Cuando se mide la temperatura de un cuerpo o sustancia, se habla de una propiedad termométrica. En el caso de la transferencia de calor, cuando se mide un intercambio de calor, se indica un proceso térmico. En el caso del calor específico, cuando se mide la manera en que diferentes materiales alcanzan un estado de equilibrio, se indica una magnitud para una propiedad física.

El modelaje matemático ha permitido explicar conceptos que surgen en las ciencias físicas cuando se miden estados o se capturan regularidades de procesos. En este sentido, con la aplicación emergen o se redefinen conceptos. La temperatura, la transferencia de calor y el calor específico ilustran estos casos.

Por otra parte, esto significa no sólo que una ecuación puede describir una regularidad física, sino que esta descripción es posterior al experimento. Mi interés sobre este punto fue mostrar que la semejanza entre estructuras matemáticas y estructuras físicas está dada por la aplicación y no es anterior a ella.

Si bien no es lo mismo que la transferencia de calor se haya descubierto después de la experimentación cuantitativa de Joseph Black a que no sea expresable sino hasta después de su matematización, es un hecho que no se perciben en el mundo estructuras matemáticas ni mucho menos mediante procesos de percepción directa.

Se puede pensar que una persona entrenada matemáticamente conceptualizaría las relaciones que percibe de forma directa entre algunos objetos físicos mediante una estructura matemática determi-

nada. De hecho, ésta es la forma en que los físicos proceden cuando intuyen alguna explicación física sobre aspectos del mundo. Pero esta condición no implica que la persona conozca la estructura matemática del fenómeno, como si le fuese una propiedad intrínseca perceptualmente distinguible y capturada. En todo caso, la hipótesis del científico deberá confirmarse mediante una investigación experimental, que conduzca la intuición científica sobre un orden del fenómeno hacia el conocimiento de su estructura matemática.

En esta línea, parecería bastante extraño afirmar que se percibe directamente la ecuación $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$, que estructura el intercambio de calor entre dos masas distintas de agua. O con mayor fuerza, que, por percepción directa, un agente epistémico conoce que $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ es la estructura matemática de la transferencia.

Contrario a lo anterior, se justifica a posteriori que el intercambio de “algo” entre dos masas de agua tiene la estructura $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ si se encuentra que existe una función tal para diferentes resultados experimentales. Bajo estas circunstancias, el científico sabe que la homomorfía entre la estructura física del intercambio de calor y la estructura matemática $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ puede mantenerse. Por la aplicación, se conoce que el proceso físico tiene una estructura matemática que describe su regularidad. Esto es, a partir de un trabajo experimental, se sabe que la aplicación matemática a estructuras físicas puede funcionar y, por tanto, si funciona y hay una función matemática constante para diferentes resultados experimentales, hay semejanza entre la función y el fenómeno físico. La homomorfía entre estructuras matemáticas y físicas es posterior a la aplicación matemática.⁶²

Sistematización de los resultados

A partir de este estudio, mi teoría de la aplicación matemática tiene una respuesta a I. ¿surgen nuevos conceptos de la aplicación matemática a la física? y II. ¿la semejanza estructural entre sistemas

⁶² El desarrollo de la termodinámica no necesitó de una teoría de la naturaleza de la materia. No era necesario definir lo que se calentaba o se movía. Lo fundamental de esta ciencia se encontraba en las relaciones matemáticas entre las propiedades macroscópicas observables cuantitativamente de la materia sin dependencia alguna de las condiciones microscópicas.

matemáticos y físicos es anterior o posterior a la aplicación matemática? Respondo en siete pasos.

1. En las fases cualitativas de la experimentación, los científicos presuponen la existencia de ciertas regularidades en los estados y procesos físicos de los cuerpos y sustancias. Sin embargo, no pueden decir que conocen las regularidades. Estas regularidades en principio no están ordenadas, no tienen una estructura y no tiene sentido hablar de ellas sin su estructura. Un estado, proceso o fenómeno físico no tiene una estructura previa a la aplicación matemática.

2. Por medio de las observaciones cuantitativas (patrones de medición que pueden aplicarse a sistemas físicos) y la descripción matemática de resultados experimentales (funciones descriptivas de regularidades físicas), el comportamiento de los estados, procesos y fenómenos físicos puede capturarse matemáticamente.

3. Las relaciones de semejanza entre las estructuras matemáticas y sistemas físicos quedan establecidas experimentalmente en tanto sea posible describir matemáticamente las regularidades de los estados, procesos y fenómenos físicos. En este caso, los científicos asumen que una regularidad física tiene una estructura matemática específica.

4. Cuando un científico observa cuantitativamente un proceso físico, lo mide. Cuando lo mide, señala una magnitud. Cuando señala una magnitud, la nombra para denotar la relación entre una cantidad y un estado físico. La estandarización de la lectura de una escala implica estandarizar las relaciones entre cantidades indicadas por un dispositivo y estados físicos. Establecer propiedades termométricas como temperatura o estados calorimétricos como la cantidad de calor (Q) depende de la forma en que matemáticamente los describamos por medio de los patrones de medición. Desde este estadio han surgido nuevos conceptos de medición y de aplicación. Casos ejemplares de ellos son: “temperatura”, “cantidad de calor”, “transferencia de calor”.

5. Al encontrar una misma función en la descripción de diferentes resultados experimentales, el científico puede postular la existencia de un principio o ley general en física. Casos ejemplares de funciones que constituyen leyes o principios generales son $m_h \Delta t_h = -m_c \Delta t_c$ (Ley de Transferencia de Calor, de Black para la mezcla de dos mismas sustancias) y $\Delta U = W_{ad}$ (Equilibrio Mecánico del

Calor, de Joule). El científico no percibe en el mundo estas estructuras, tampoco las postula; las demuestra experimentalmente.

6. Si la aplicación matemática es un dispositivo generador de nuevos conceptos y éstos determinan las interpretaciones de los estados, procesos y fenómenos físicos, la homomorfía entre estructuras matemáticas y físicas es explicativamente posterior a la aplicación.

7. La explicación de la aplicación matemática que propongo puede conciliar la tensión entre las tesis monistas y dualistas sobre la aplicación. La condición es preservar el carácter epistemológico de ambas tendencias. Con mi estudio de caso, se constata que la aplicación puede explicarse como una representación matemática-estructural de estados, procesos y fenómenos físicos. Mediante esta perspectiva, se da cuenta del hecho de que no hay semejanza estructural sin aplicación. En consecuencia, puede relacionarse consistentemente la similaridad estructural (monismo epistemológico) con el carácter auxiliar de las matemáticas (dualismo epistemológico) en una sola explicación de la aplicación.

Bibliografía

- Arons, Arnold B., *Evolución de los conceptos de la física*, Lorenzo Ranzo (trad.), México: Trillas, 1970.
- Conant, James B *et. al.*, *Harvard Case Histories in Experimental Science*, vol. 1, CASO 3, Cambridge: Harvard University Press, 1957.
- Neave, E. W. J., “Joseph Black’s *Lectures on the Elements of Chemistry*”, *ISIS* 25 (2), pp. 372-390. Disponible en www.jstore.org/stable/225375
- Shapiro, Stewart, *Philosophy of mathematics: Structure and Ontology*, Nueva York: Oxford University Press, 1997.
- _____, *Thinking about mathematics. The Philosophy of Mathematics*, Oxford: Oxford University Press, 2000.
- Swoyer, Chris, “Structural Representation and Surrogate Reasoning”, *Synthese* 87 (3), pp. 449-508.