

Universidad Iberoamericana

Estudios con Reconocimiento de Validez Oficial por Decreto Presidencial
Del 3 de abril de 1981



“Coordinación de robots autónomos basada en distancias y orientación relativas”

TESIS

Que para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA

Presenta

PABLO PANIAGUA CONTRO

Director: Dr. Eduardo Gamaliel Martínez Hernández

Codirector: Dr. Guillermo Fernández Anaya

Lector: Dr. José Job Flores Godoy

Lector: Dr. Fidel Melendez Vazquez

Lector: Dr. Ricardo Alejandro Balcazar Montes de Oca

“Coordinación de robots autónomos basada en
distancias y orientación relativas”

Universidad Iberoamericana



Pablo Paniagua Contro

Enero de 2020

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de la coordinación multi-robot basada en la información que pueda ser obtenida de manera local por sensores de distancias y ángulos relativos. Esto aporta a la literatura de control en formación y avance en formación, dado que hace más descentralizadas las leyes de control y no depende de espacios reducidos y sensores de posicionamiento global. Para lograr lo anterior el presente trabajo extiende los comportamientos de líder-seguidor, para el caso de un conjunto combinado de modelos cinemáticos de robots móviles sobre ruedas omnidireccionales y de tracción diferencial. Estos dos tipos de robots se eligen ya que son los más utilizados en aplicaciones industriales y de servicio. Combinando los modelos cinemáticos, las estrategias de control producen los comportamientos mecánicos estándar y nuevos relacionados con los enfoques de cuerpo rígido o n -tráiler. El análisis se realiza en parejas de robots y se extiende al caso de múltiples robots con una topología de comunicación dirigida en forma de árbol. Combinando estos comportamientos, es posible hacer pelotones de robots, con mejor desempeño que las topologías tipo clúster o de estructura virtual encontradas en la literatura, pero ahora definidos por las medidas locales y la comunicación de los robots. Simulaciones numéricas y experimentos en tiempo real muestran el rendimiento de la propuesta y las posibilidades de aplicación en tareas multi robots.

Declaración

Yo, Pablo Paniagua Contro, en calidad de autor de la tesis, “Coordinación de robots autónomos basada en distancias y orientación relativas” autorizo para su utilización en la Biblioteca Francisco Xavier Clavigero en formato electrónico o impreso y sin fines de lucro, cuyo titular es la Universidad Iberoamericana Ciudad de México, por un período ilimitado a contar desde la fecha de la publicación de la presente, con expresa renuncia a los derechos derivados de su explotación en dichos medios y durante el mencionado período.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 6 |
| 1.1. Planteamiento del Problema | 8 |
| 1.2. Objetivos | 10 |
| 1.2.1. Objetivo General | 10 |
| 1.2.2. Objetivos Particulares | 10 |
| 1.3. Originalidad y Justificación | 11 |
| 1.3.1. Originalidad | 11 |
| 1.3.2. Justificación | 12 |
| 1.4. Contribución | 13 |
| 1.5. Estructura | 14 |
| 2. Marco teórico y estado del arte | 15 |
| 2.1. Marco teórico | 15 |
| 2.2. Estado del arte | 18 |
| 3. Estrategia de control | 22 |
| 3.1. Definición del problema | 22 |
| 3.2. Ecuación del movimiento del cuerpo rígido | 24 |
| 3.2.1. Modelo cinemático de un 1-tráiler. | 24 |
| 3.2.2. Omni-tráiler | 25 |
| 3.3. Estrategia de control | 26 |
| 3.3.1. Esquema líder-seguidor $\mathcal{O}-\mathcal{O}$ | 27 |
| 3.3.2. Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{O}$ | 29 |
| 3.3.3. Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{U}$ | 29 |
| 3.3.4. Esquema líder-seguidor $\mathcal{O}-\mathcal{U}$ | 30 |
| 3.3.5. Estrategia de control global | 31 |
| 3.3.6. Comportamiento de cuerpo rígido | 35 |
| 3.4. Simulaciones numéricas | 39 |

| | |
|--|-----------|
| 4. Trabajo experimental | 43 |
| 4.1. Descripción del área de trabajo | 43 |
| 4.2. Descripción de la plataforma experimental | 44 |
| 4.2.1. Diseño del núcleo de control | 44 |
| 4.2.2. Diseño y construcción de robots | 46 |
| 4.3. Resultados experimentales | 48 |
| 5. Conclusiones y Publicaciones | 60 |
| 5.1. Conclusiones y trabajo futuro | 60 |
| 5.1.1. Publicaciones | 61 |
| A. Hardware | 63 |
| A.1. Diagramas de ensamble estructural de robots | 63 |

Capítulo 1

Introducción

Los robots móviles se pueden definir como sistemas que tienen la capacidad de trasladarse por medio de actuadores a bordo, los cuales le brindan las características necesarias para desplazarse en un terreno en particular. Algunas configuraciones clásicas de robots móviles son: de tipo unicycle, cuadrúpedos, tipo carro convencional, submarinos, antropomórficos, entre otros (???)

El estudio de los sistemas robóticos móviles ha aumentado considerablemente desde fines de la década de 1970's, ya que han encontrado un gran campo de aplicación. Ofrecen ventajas en cuanto a seguridad, calidad de las condiciones de trabajo, alcance, entre otras. Por otro lado, aunque sea un campo con crecimiento en su análisis, existen aún oportunidades de investigación en las áreas de localización, seguimiento de trayectorias, optimización, etc. (???). Esto crea un área de oportunidad para el estudio de nuevas propuestas de formación, consenso, colaboración, entre otras. Es un buen momento para comenzar a generar ideas innovadoras las cuales ofrezcan mayores y mejores posibilidades de utilidad para beneficio de la sociedad.

Algunos de los usos de la colaboración multi-robot han sido: monitoreo ambiental en zonas peligrosas, vigilancia de campos de cultivo, operaciones de búsqueda y rescate de personas desaparecidas, operaciones militares en litorales ya sea para escoltar a las tropas desde la costa hasta el océano, para transporte de provisiones, recolección de muestras en ambientes tóxicos o en donde la vida humana es insostenible, etc. (????)

También se han comenzado a realizar investigaciones en donde un grupo heterogéneo de robots emplean estrategias de coordinación de movimiento para la realización de tareas colaborativas. Tal es el caso de la formación y

seguimiento con respecto a un líder (?). Otro ejemplo puede ser el muestreo de imágenes en forma de mosaico en ambientes tanto terrestres como acuáticos o incluso en ambientes híbridos. (?).

La coordinación de múltiples robots móviles ha encontrado un amplio campo de aplicaciones en la industria, la vigilancia, los servicios a domicilio, la logística entre otros (?). Amplía los problemas clásicos de conversión de puntos y seguimiento de trayectorias de un único robot móvil al caso de comportamientos colectivos como la convergencia de patrones de formación, el seguimiento en formación, la dispersión, la contención, la evasión de colisiones entre robots, etc. El diseño de los patrones de formación se ha estudiado en enfoques estructurados y de comportamiento y los enfoques inspirados en el mecanismo multi-celular, según (?). Las posibles interacciones entre los robots están representadas por una topología de comunicación predefinida por el diseñador o por la proximidad de los robots. Las leyes de control requieren la retroalimentación de la posición global de los robots o sus desplazamientos relativos, distancias y ángulos de acuerdo con el sensor instalado en el espacio de trabajo o localmente en los robots (???)

La presente tesis se enfoca en aportar esquemas nuevos de formación basados en información relativa entre robots que puedan ser medibles desde sensores locales. Dado que la tendencia actual se enfoca en el uso de sensores láser o Lidar, cámaras sensores inerciales, entre otros. Se opta por diseñar esquemas basados en distancia y ángulo relativo, que pueden ser implementados fácilmente con este tipo de sensores. Para que el desarrollo de estos esquemas sea más realista, se aborda su aplicación al caso de robots diferenciales o de tipo unicycle y de tipo omnidireccional, que son los más comunes en la industria y las operaciones de servicio. De forma teórica, esto se traduce al estudio de líder-seguidor de estos dos tipos de robots, analizados por parejas, como lo hace el resto de la literatura, pero extendiéndolo al caso multi-robot. Por lo tanto, se aporta en la intencional de comportamientos de cuerpo rígido y de n -trailer en un esquema de grupos de robots heterogéneos. Finalmente, se desarrolla una plataforma robótica heterogénea y se validan las estrategias de control utilizando un sistema de captura de movimiento local, desarrollando todas las etapas que conforman el sistema embebido y la implementación de las leyes funcionando en tiempo real. Esto constituye una nueva generación de robots móviles para diferentes aplicaciones en el laboratorio de análisis de movimiento de la Universidad Iberoamericana campus CDMX.

1.1. Planteamiento del Problema

Algunos problemas, necesidades y retos tecnológicos referentes al diseño y construcción de una plataforma robótica experimental, que implemente leyes de coordinación de movimiento basadas en distancia y ángulos relativos, son las siguientes:

- Los sistemas multi-robot, principalmente los accionados por ruedas convencionales y omnidireccionales, han logrado realizar esquemas de formación y avance en formación utilizando información global de su posicionamiento y orientación en el espacio de trabajo. Esto es solo viable en espacios acotados y totalmente sensados, como algunos casos de la industria. La explotación total de estos sistemas para otras áreas de trabajo, no se ha dado, debido a la falta de esquemas de control basados en información local de los robots. Esto supone un cambio de paradigma en el planteamiento de la coordinación, así como un reto tecnológico para la obtención precisa de medición de distancias, ángulos, etc., de estos nuevos esquemas.
- Separando la complejidad del punto anterior, es necesario diseñar los nuevos paradigmas de coordinación en ambientes controlados mostrando su desempeño y estabilidad, para posteriormente implementarlos en su totalidad utilizando sistemas multi-sensados. Esto permite probar por etapas estos esquemas y diferenciar los errores de desempeño generados por el control y la instrumentación propia de los robots.
- La coordinación de movimiento en robots autónomos basado en información local de distancias y ángulos relativos plantea un sin número de nuevas oportunidades tanto en investigación como para su directa implementación en los sistemas actuales. En la literatura se ha estudiado el comportamiento líder-seguidor de manera exhaustiva. sin embargo, su extensión para el caso de más de dos robots no ha sido abordada formalmente. Al mismo tiempo, los esquemas se plantean para casos generales de robots tipo partícula, sin considerar la dinámica o cinemática de los robots que físicamente existen en la industria o en operaciones de servicio.
- Actualmente es muy poca la investigación que existe en México relacionada con el desarrollo de plataformas móviles autónomas. A nivel

universitario la mayor parte de los experimentos multi-robot se realizan con plataformas comerciales. Esto limita las posibilidades de cambiar de paradigmas de coordinación, dado que el usuario depende solo de la información que el fabricante proporciona. Para el caso de robots para la industria, México no cuenta con desarrolladores de este tipo de tecnología. Esto plantea limitaciones a corto plazo, dado que, México es un país de alto movimiento de artículos del nivel secundario. Por lo tanto, es indispensable promover el desarrollo propio de robots móviles autónomos, mas aún si se desean explorar nuevos esquemas de coordinación como los que se plantean en esta tesis.

- Para fines de potencializar esta tecnología en México, es indispensable sentar las bases de una coordinación descentralizada que permita dar una visión mas amplia a los investigadores, desarrolladores e innovadores de estas tecnologías. Para ello es importante clarificar el planteamiento teórico de esta coordinación y separarla de posteriores aportaciones tecnológicas en el desarrollo de sensores, sistemas de comunicación y actuadores.

Dadas las ideas anteriores, se plantea que este proyecto contemple los siguientes aspectos tanto teóricos como prácticos:

Teóricos:

- Desarrollo de estrategias de formación y avance en formación que deriven en leyes de control basadas en distancias y ángulos relativos, estudiándolos para el caso de pares de robots tipo unicycle u omnidireccionales, y extendiéndolas a mayor cantidad de robots con cierta topología de comunicación.
- Con la combinación de robots tipo unicycle y omnidireccionales y su coordinación basada en distancias y ángulos relativos, extender las topologías líder-seguidor, especialmente los comportamientos tipo n -trailer al caso de formaciones tipo cuerpo rígido y remolque. Esto se convierte en una generalización de lo reportado en la literatura, que aplicado al caso de más de dos robots plantea una mejora de los comportamientos tipo cluster y de estructura virtual.
- Demostrar formalmente la convergencia grupal de estos comportamientos multi-robot, utilizando la teoría de control no lineal, gráficas de

formación, entre otras herramientas teóricas.

Prácticos:

- Diseño mecánico y estructural de una plataforma multi-robot para exteriores dotada de materiales estructurales mecánicos, actuadores eléctricos y elementos de control y comunicación inalámbrica.
- Desarrollo tanto de código como de bibliotecas especializadas para la plataforma robótica y el sistema de localización.
- Pruebas en campo de la plataforma experimental para validar tanto el sistema autónomo como el desempeño de las leyes de formación y marcha.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Desarrollo de estrategias descentralizadas de coordinación de movimiento basadas en distancias y ángulos relativos en tiempo real validadas en una plataforma multi-robot autónoma con la posibilidad de ser implementada con sensores a bordo, diseñada y construida para su operación experimental en un laboratorio de pruebas.

1.2.2. Objetivos Particulares

Revisión bibliográfica de estrategias de coordinación de movimiento, en específico de formación, marcha y evasión de colisiones utilizando sistemas de sensado a bordo. También se desea revisar las estrategias de comportamientos líder-seguidor.

Desarrollo de estrategias de formación y marcha basadas en sistemas de sensado a bordo basadas en distancias y ángulos relativos, analizando su convergencia para el caso de más de dos robots.

Diseño e integración de una plataforma multi-robot para validar las estrategias de control, contemplando el diseño mecánico, y los componentes de hardware y software necesarios para operar en el laboratorio de análisis de movimiento.

Validación experimental de las estrategias de formación y marcha en la plataforma multi-robot.

1.3. Originalidad y Justificación

1.3.1. Originalidad

Se considera que este trabajo es original por las siguientes razones:

- Las investigaciones actuales se centran en el desarrollo de robots móviles genéricos tipo puntual cuya información se basa en sistemas de sensado global y no local. Cuando se estudian esquemas con información local, como de distancias y ángulos relativos, solo se limitan a estudiar pares de robots y no un esquemas multi-robot, más aún los esquemas en la literatura no han enfocado sus estrategias en los dos tipos de robots mas comunes en la industria y en operaciones de servicio. Por lo tanto, el presente trabajo trata de contemplar los tres aspectos anteriores, sentando las bases para diversas aplicaciones.
- Nuestra investigación refleja que éste será uno de los pocos proyectos a nivel nacional con la capacidad de implementar estos esquemas basados en distancia y ángulo, dado que se tiene la información completa de los sensores que obtienen estas variables sin depender de productos comerciales y limitaciones que impongan los fabricantes. Al ser esta plataforma desarrollada en su totalidad, se diseña para ser escalable y que en un futuro cercano tenga la capacidad de implementar técnicas de localización y mapeo simultaneo (SLAM) y otras estrategias afines que se puedan aplicar en un contexto de estrategias multi-robot como formación, avance en formación y evasión de colisiones.
- Este proyecto es una continuación natural de los trabajos realizados anteriormente en la UIA, donde se ha comenzado a desplegar los desarrollos teóricos y prácticos a aplicaciones reales fuera del laboratorio, para convertir la UIA en una institución líder en la investigación y desarrollo de sistemas robóticos móviles.

1.3.2. Justificación

- Existe poco desarrollo de plataformas robóticas móviles en México. De las plataformas que se tiene conocimiento que se han desarrollado, no continúan su camino para formar un producto que funcione en exteriores y en contacto con ambientes complejos. Es por esto que se desea desarrollar un proyecto cuya finalidad, entre otras, sea el crear una base tanto de hardware como de software sobre la que se pueda desarrollar e innovar posteriormente.
- En nuestro conocimiento no existe todavía un desarrollo formal de una plataforma de control heterogénea para el desarrollo de coordinación descentralizada aplicable a distintos robots móviles y más aún para se implemente a grupos de robots y no a un robot individual, como en los trabajos actuales.
- El desarrollo que existe a nivel mundial está centrado principalmente en la industria automotriz y aeronáutica con plataformas importadas de robots colaborativos no accesibles a ciertos usuarios. Por lo tanto, se desea innovar en un nuevo campo de desarrollo e investigación a nivel nacional e internacional que derive en productos robóticos de nivel comercial que sean accesibles al contexto mexicano y que estén dotados de los sensores necesarios para operar en ambientes exteriores.
- Existen posibilidades de generar productos comerciales de sistemas embebidos electrónicos que se utilicen en robots industriales o laboratorios de robótica en instituciones académicas y de investigación.
- Este proyecto forma parte de los trabajos que se están desarrollando actualmente en el laboratorio de robótica móvil. Estos trabajos abarcan desde licenciatura hasta posgrados, y este proyecto ayudará a reforzar los nuevos intereses de desarrollar plataformas más robustas y de aplicación real, primeramente en el contexto de carga de objetos e inspección de áreas por drones multi-rotor.

Asimismo es importante mencionar que este proyecto tiene una relación directa con los trabajos que se realizan en la Universidad Iberoamericana en el área de robótica. A continuación se enuncian algunos de los mas destacados:

- Este trabajo se liga al proyecto actual del Departamento de Ingenierías y el Departamento de Física y Matemáticas financiado por la DINV

con motivo de la convocatoria de investigación interdisciplinaria del 75 aniversario de la Universidad Iberoamericana Ciudad de México, relacionado con el desarrollo de una plataforma multirobot para la carga de objetos en ambientes industriales y de servicio.

- Este proyecto se relacionó con la estancia posdoctoral del Dr. Sergio Antonio Foyo Valdés, recién aprobada por el CONACyT enfocada a robots autónomos de carga.(Agosto 2016 - Julio 2018)
- Este proyecto también impulsó la vinculación internacional que existe entre la UIA y la Universidad Católica del Uruguay (UCU) en el tema de formación basada en distancias y también con la creciente relación que existe con la División Científica de la Policía Federal en el tema de drones de inspección y robots móviles terrestres.
- Este proyecto es una continuación de mi tesis de maestría en esta institución, la cual estuvo relacionada con el desarrollo de sistemas de robots multientorno modulares (Ver artículos ???) cuya implementación en exteriores requiere el desarrollo de esquemas de coordinación basados en distancias y orientaciones, desarrollado en este trabajo.

1.4. Contribución

Inspirado en (?) y en nuestros trabajos previos de control de formación a distancia dados en (?) y (?), este trabajo contribuye al contexto de la formación líder-seguidor de los robots móviles sobre ruedas. La originalidad y las contribuciones se resumen en los siguientes puntos:

- En este trabajo se aborda el comportamiento del líder-seguidor aplicado al modelo cinemático del robot omnidireccional. Se puede obtener un modelo de accionamiento diferencial anulando la velocidad lineal lateral. Por lo tanto, el enfoque se vuelve heterogéneo combinando los vehículos de ruedas más comunes utilizados en la práctica.
- Se definen cuatro leyes básicas de control del líder-seguidor debido a la combinación de los robots omnidireccionales y de tracción diferencial. Se demuestra la convergencia local. Se amplían los resultados de (?) y el caso presentado en (?), limitándose únicamente a dos robots omnidireccionales.

- Las leyes de control están diseñadas para ser descentralizadas usando la medición de la distancia y el ángulo de orientación con respecto al líder, evitando el uso de referencias globales como se mencionó anteriormente. Además, requieren las velocidades del líder que se pueden obtener de una comunicación inalámbrica.
- Se demostró que los robots convergen con el comportamiento de movimiento rígido clásico y el estándar n -trailer. Además, por el concepto heterogéneo del sistema, introducimos un nuevo dispositivo mecánico llamado omni-trailer. Hasta donde sabemos, la demostración de estos comportamientos locales en el tiempo de asentamiento, no ha sido reportada en la literatura.
- Se demuestra que la extensión de las cuatro leyes de control puede generar un seguimiento de la formación, útil para el transporte de objetos o para tareas de colaboración si los robots satisfacen una topología dirigida en forma de árbol. Por medio de la simulación numérica, se puede lograr la formación en forma de convoy de pelotones rígidos de robots. Así, es posible generar comportamientos complejos como estructuras virtuales o especificaciones de espacio de clúster, evitando la información de un marco de referencia global.
- Finalmente, el enfoque de control se evalúa mediante una simulación numérica y un trabajo experimental utilizando, en un primer paso, un sistema de captura de movimiento.

1.5. Estructura

En el segundo capítulo de este trabajo se presenta un marco teórico y estado del arte del control de formación basado en distancias y orientación; en el tercer capítulo se exponen las estrategias de coordinación multi-robot propuestas, principal aportación teórica del trabajo. El cuarto capítulo muestra el trabajo experimental; y en el quinto capítulo se plantean conclusiones y trabajo futuro.

Se reportan tanto resultados en simulación como también resultados experimentales. Cabe mencionar que la plataforma experimental fue diseñada y elaborada por completo para esta tesis y también serán incluidos los diagramas esquemáticos y archivos relativos a este desarrollo.

Capítulo 2

Marco teórico y estado del arte

A continuación se presentan las ideas básicas, tanto conceptuales como matemáticas, que servirán como sustento para esta tesis. Como marco teórico se presenta brevemente la visión general sobre la robótica móvil, las estrategias de control de movimiento, sus diferentes clasificaciones y el modelado de robots móviles con ruedas. Como estado del arte se da un panorama actual de las recientes publicaciones relacionadas a la coordinación de movimiento basadas en distancias y ángulos de orientación relativa.

2.1. Marco teórico

Existen en la literatura tres áreas de particular interés al tratar el trabajo colectivo de grupos de robots (??):

- La coordinación de movimiento aborda la problemática que existe cuando un robot debe mantener una posición relativa con respecto a otros dentro de un mismo grupo (?). Comprende todas aquellas tácticas en donde los grupos de robots tienen la habilidad de llegar a un consenso grupal para realizar una tarea asignada. Algunas de sus aplicaciones son: mapeo, monitoreo, trabajos en ambientes peligrosos, formación de satélites, sistemas de navegación en carreteras, vigilancia, robots jugadores de soccer, coordinación de vehículos acuáticos y sub-acuáticos, etc. (?????)
- La asignación de tareas describe la forma en la que los sistemas de agentes móviles distribuyen sus funciones para realizar de la mejor manera

posible alguna tarea. Es decir, que no solo se enfoque en la realización correcta de la tarea, sino que también busque distribuir el trabajo entre los agentes de la mejor forma posible. (??)

- La comunicación entre robots es vital para su trabajo colectivo y puede ser de dos formas: implícita y explícita (??). Ésta se ve afectada en gran parte por el sistema de sensado que utiliza en cada sistema robótico multi-agente (???)

Un enfoque de coordinación multi-robot es conocido como “comportamiento emergente o artificial”, el cual se basa en la teoría de sistemas dinámicos, control y grafos de comunicación. La cinemática o dinámica de cada robot móvil y las interacciones que existen entre ellos son modeladas matemáticamente. Se estudia la coordinación de un grupo de robots móviles a través de la asignación de líderes (??). Se han mostrado aplicaciones para las realización de mapeo y localización (?), transporte y manipulación de objetos (???), etc.

Existen tres problemas fundamentales dentro de la coordinación de movimiento de sistema multi-robot de particular interés para este proyecto:

Control de formación es una extensión a los sistemas robóticos móviles de los conceptos del llamado “problema de consenso”, el cual plantea la convergencia de un conjunto de agentes móviles a un punto en común (?). El control de formación comprende todas aquellas estrategias en las que se desea conservar una posición relativa para cada agente con respecto a un subconjunto de robots (?). Estas leyes de control se diseñan para cumplir como mínimo con los siguientes requerimientos:

- Converger a patrones de formación geométricos obedeciendo una topología de comunicación de los robots, la cual puede ser descrita utilizando la teoría de grafos (?).
- Debe evitar las colisiones entre los miembros del conjunto de robots (?).

La teoría de formación basada en consenso, la primera surgida históricamente, propone resolver estos problemas utilizando campos potenciales tanto atractivos como repulsivos, para asegurar la convergencia a la formación y evasión de colisiones simultáneamente (??). Algunos ejemplos de aplicación

de este enfoque han sido para seguridad, vigilancia, mapeo, etc (?). Dado que el patrón de formación puede ser definido de distintas maneras, existen dos grandes enfoques en los que se ha abordado el control de formación:

- La formación basada en posiciones, cuyo patrón se establece con posiciones relativas deseadas (?).
- La formación basada en distancias, utilizando solamente la información de la distancia y ángulos de orientación que existe entre cada par de robots para lograr converger a una formación deseada (?).

La formación basada en posiciones muestra algunas desventajas con respecto al enfoque de formación basada en distancias, principalmente en la implementación física, ya que se requiere tener un marco de referencia global para obtener la posición relativa de cada uno de los agentes del grupo. Esto presenta diversas implicaciones, ya que se requieren sensores globales preinstalados en el área de trabajo, o estrategias de estimación de posiciones como la presentada en (?).

Por otro lado la formación basada en distancias presenta en ocasiones un enfoque inspirado en la biología donde los robots solo se forman con respecto a sus agentes adyacentes (?). Esta perspectiva también plantea grafos de comunicación variantes, ya que su implementación no requiere forzosamente el conocimiento de datos grupales. Es importante mencionar en una formación basada en distancias, el patrón de formación deseado se plantea en función a distancias entre pares de robots, lo que genera la posibilidad de diferentes configuraciones en las que se satisfacen las distancias deseadas. Por lo tanto, si se desea converger a una única formación, se requieren definir patrones rígidos de comunicación. Esto significa que por lo menos $(n - 3)$ aristas deberán ser definidas en el grafo de comunicación (?). También, se estima la distancia usando cámaras en (?) incluyendo los efectos de cuantificación y retardos en la medición.

Control de avance en formación o marcha Se define como marcha al seguimiento de una trayectoria por un conjunto de robots manteniendo una formación (???). El reto es garantizar la convergencia a una formación deseada y a una trayectoria al mismo tiempo, garantizando estabilidad y rigidez en la formación (?). La estrategia de líder-seguidor plantea un escenario en el que solo un agente dentro del conjunto de robots móviles tiene

conocimiento de la trayectoria a seguir y los demás robots solamente siguen al líder manteniendo la formación, tal como lo ilustra la figura ?? (?). Otros ejemplos de marcha se pueden encontrar en (????).

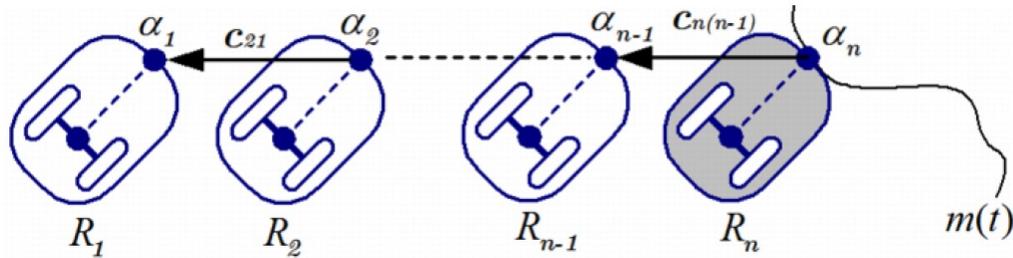


Figura 2.1: Ejemplo de marcha con esquema líder-seguidores.

Evasión de colisiones Cuando los robots son movidos a ocupar su lugar en un patrón de formación deseado, es posible que los agentes puedan colisionar, es por esto que al implementar estrategias de formación, es común encontrarse con términos de evasión de colisiones.

Uno de los métodos más utilizados es el de “funciones potenciales artificiales” (FPA). Este método consiste en utilizar funciones potenciales tanto atractivas como repulsivas como entradas de control tal que al aplicar un gradiente negativo se pueda llegar a la convergencia de la formación evitando colisiones. Estas funciones potenciales artificiales se diseñan dependiendo de las distancias deseadas entre cada par de agentes, en donde el potencial repulsivo tiende a infinito al acercarse los robots y el equilibrio solo se logra cuando el error de la distancia deseada es cero.

2.2. Estado del arte

El problema del seguimiento en formación requiere la convergencia simultánea de los robots a un patrón de formación y un objetivo o trayectoria. El esquema más básico de seguimiento de formación de varios robots es el caso de dos robots, donde un líder sigue la trayectoria, y el agente seguidor debe satisfacer una postura relativa respecto al líder. De forma descentralizada, la estrategia de control depende de las medidas locales de distancia y orientación o ángulos absolutos.

Un trabajo pionero se puede encontrar en (?), donde se forma un robot seguidor respecto a uno o dos líderes. En (?) la posición deseada del seguidor viene dada por un robot virtual uniciclo. En (?) se da la estimación de la postura de un solo líder. El comportamiento del líder-seguidor diseñado para dos robots se extiende a múltiples robots en (?), para lograr configuraciones dirigidas en forma de árbol. Todos los trabajos anteriores analizan sólo la convergencia local, e infieren la convergencia global en los tiempos de asentamiento, pero evitan las pruebas formales sobre la estabilidad de todo el sistema, con número arbitrario de robots.

Por otro lado, el estudio de la convergencia global del control de formación a distancia se ha estudiado en el contexto de los gráficos de formación (?). Tal es el caso de (?) el uso de distancias y controladores de PI, la formación variable en el tiempo en (?), la adición de restricciones de área en (?) y (?) para formaciones triangulares, o el uso del modelos de control predictivo basado en la optimización neural-dinámica en (?), entre otros.

En el contexto de los gráficos de formación, la extensión de las formaciones de líder-seguidor que caen en el caso de los gráficos dirigidos con un único nodo líder, como se presenta en (?). Un esquema de control de formación unificado y distribuido que acomoda un número arbitrario de líderes de grupo y un flujo de información arbitrario entre los vehículos se presenta en (?). La arquitectura requiere el intercambio de información local sólo entre vecinos. Se aplica un algoritmo de consenso extendido a nivel de grupo para estimar la información de la trayectoria del grupo que varía en el tiempo. Usando la información estimada de la trayectoria del grupo, se aplica una estrategia de control distribuido basado en el consenso para el control a nivel de vehículo.

En (?), se aborda una estrategia de fusión para los vehículos cooperativos. Cada vehículo posee un controlador de rastreo que considera tanto las señales de error de rastreo como de acoplamiento, donde todos los vehículos del grupo conocen sus posiciones. Las trayectorias de los vehículos cooperativos están planificadas, para garantizar que cada vehículo mantenga una cierta distancia del resto de los vehículos, y están diseñadas usando el enfoque de la estructura virtual. La estrategia de fusión se valida en una plataforma experimental que consiste en un grupo de vehículos móviles no holonómicos que representan un modelo básico de bicicleta para coches con una longitud de vehículo cero. Utilizando la teoría de Lyapunov, se demuestra que la estrategia es global y asintóticamente estable para el grupo.

En (?), los autores proponen un esquema de control jerárquico basado en la definición de funciones de tareas multi robot. El esquema se enfren-

ta a las siguientes tareas para controlar el comportamiento de los sistemas multirobot:

- 1 La parametrización temporal de las tareas
- 2 La suavidad de las transiciones de las tareas.

También se verifica la robustez y versatilidad del esquema propuesto con tareas globales en simulación y un experimento considerando tareas locales con un conjunto de robots sobre ruedas.

Para el caso de los robots móviles sobre ruedas que se mueven en el plano, los modelos cinemáticos y dinámicos comúnmente utilizados en aplicaciones industriales y de servicios son los robots móviles de accionamiento diferencial y los robots omnidireccionales (con ruedas mecánicas y omnidireccionales) (?). Un ejemplo de implementación de estos robots móviles con ruedas se encuentra en (?), para el caso de transporte de objetos reales. También, el trabajo en (?) se refiere a un convoy de tractores usado en agricultura para mover cargas y seguir puntos de referencia. Finalmente, en (?) se presenta el transporte de objetos en un área industrial colaborando con robots aéreos no tripulados.

Los trabajos experimentales para los anteriores robots móviles sobre ruedas, sobre todo para el caso de los robots de tracción diferencial, se han presentado en (?) considerando la dinámica de sus seguidores líderes a bordo. La perspectiva y calibración de las cámaras a bordo se estudia en (?), y la estimación de la distancia de una sola vista limitada de las cámaras se presenta en (?). Las leyes de control para mantener la visibilidad del líder en la presencia de obstáculos se presentan en (?). Los estimadores no lineales para aeronaves que utilizan un sensor buscador se presentan en (?). Por último, se propone la posible reasignación del líder en base a una medición borrosa de afecto (?).

Para la extensión de las estrategias de líder-seguidor, al caso del transporte colaborativo de objetos o el rastreo de objetivos, se imponen algunas estructuras inter robóticas globales para los robots. El primer caso es la generación de trayectorias virtuales o funciones de navegación para los seguidores, moviéndose con respecto al líder, como en (?). La segunda estrategia es la creación de robots virtuales u objetivos colocados en el centro de círculos para generar formaciones poligonales para los seguidores (?). Esta idea se extiende para subgrupos de columnas de robots con centro de rotación en una configuración jerárquica en (?). El tercer concepto es la definición de

estructuras virtuales, donde la posición deseada de los robots se define en una estructura que se mueve a lo largo de una trayectoria. Por lo tanto, el control de cada robot está diseñado para coincidir con su posición global en la estructura. Se dan algunos ejemplos en (?), con un operador humano moviendo la estructura virtual, (?) para el caso de vehículos inteligentes, (?) utilizando el modelo dinámico de la estructura virtual y (?) para algunos marcos infinitesimales y mínimamente rígidos. Una estructura virtual especial es la llamada formación en V , en la que se coloca un líder en un nodo raíz y se colocan líneas de seguidores respecto a un ángulo global relacionado con el nodo raíz (?).

Por último, el concepto de imponer una estructura global móvil también se denomina especificaciones de espacio de clúster en (?) y (?), que impone la dinámica de un objeto a ser transportado, y especifica las posiciones de los robots bajo estos objetos. Nótese que todas las estrategias anteriores imponen a los robots el conocimiento de las coordenadas globales, velocidades y otras referencias dinámicas a medir.

Como se ha explicado anteriormente, el presente trabajo presenta una alternativa a formaciones basadas en distancias y ángulos relativos, cuya ley de control derive en información local y cuyo desempeño se analizase de forma global para grupos de más de dos robots. En la siguiente sección se plantea el modelo cinemático de los robots tipo unicycle y omnidireccional, así como el planteamiento formal del problema y la estrategia de control. Lo anterior constituye la principal aportación teórica de este trabajo de titulación.

Capítulo 3

Estrategia de control

3.1. Definición del problema

Sea $N = \{R_1, \dots, R_n\}$ un grupo de n robots omnidireccionales (Fig. ??) donde el modelo cinemático de los robots omnidireccionales está dado por

$$\dot{\xi}_i = R(\theta_i)\mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

con $R(\theta_i)$ como la matriz de rotación definida por

$$R(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$\xi_i = [x_i \ y_i \ \theta_i]^\top \in \mathbb{R}^3$ es el vector de estado con $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ como la posición en el plano del i -ésimo agente, $\theta_i \in \mathbb{R}$ es la orientación con respecto al eje horizontal y $\mathbf{u}_i = [v_{x_i} \ v_{y_i} \ w_i]^\top$ es el vector de entrada de control con $v_{x_i} \in \mathbb{R}$ como la velocidad longitudinal, $v_{y_i} \in \mathbb{R}$ es la velocidad lateral y $w_i \in \mathbb{R}$ es la velocidad angular.

Nota 1 Cabe mencionar que, si la velocidad lateral $v_{y_i} = 0$, para cada tiempo en (??), se puede obtener el modelo cinemático de un robot de accionamiento diferencial dado por

$$\dot{\xi}_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x_i} \\ w_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

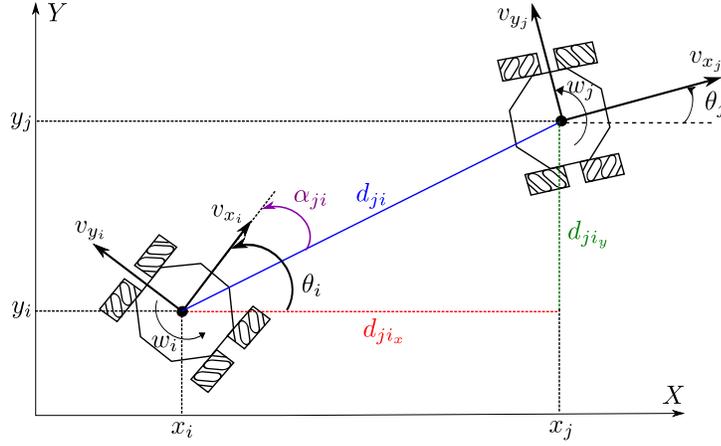


Figura 3.1: Diagrama esquemático para el enfoque de líder-seguidor.

Está claro que un robot físico de accionamiento diferencial y cualquier tipo de robot omnidireccional físico, suprimiendo su velocidad lateral v_{y_i} , puede realizar el movimiento dado en (??). En este último caso, un mismo robot puede ser alternado entre (??) y (??), como se muestra a continuación.

El enfoque de esta tesis es extender los resultados presentados en (?) a un grupo de n agentes. En él se desarrolló un modelo en variables de estado, de un sistema heterogéneo multi-agente compuesto por robots omnidireccionales y de accionamiento diferencial, basado en la distancia y el ángulo entre un par de robots, *i.e.*

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ji} = \begin{bmatrix} \dot{d}_{ji} & \dot{\alpha}_{ji} & \dot{e}_{\theta_{ji}} \end{bmatrix}^\top = f(d_{ji}, \alpha_{ji}, e_{\theta_{ji}}, \mathbf{u}_j, \mathbf{u}_i), \quad (3.3)$$

donde $d_{ji} \in \mathbb{R}_+$ es la distancia medida desde el centro geométrico del agente R_j al centro geométrico del agente R_i , con \mathbb{R}_+ como el conjunto de todos los números reales positivos, d_{ji_x} y $d_{ji_y} \in \mathbb{R}_+$ son los componentes del vector de distancia \vec{d}_{ji} con respecto a un marco de referencia global, $\alpha_{ji} \in \mathbb{R}$ es el ángulo de formación medido desde el vector de distancia \vec{d}_{ji} a un marco de referencia local unido al agente R_i , \mathbf{u}_j y \mathbf{u}_i son los vectores que contienen las entradas de control, para el líder y el seguidor, respectivamente, mientras que $e_{\theta_{ji}}$ es el ángulo de error de orientación entre el líder y el seguidor. Nótese que (??) es una representación general del modelo y, como se mostrará, los casos particulares se definirán más adelante. Una vez obtenido el modelo, se diseña una estrategia de control, de tal forma que:

- $\lim_{t \rightarrow \infty} (d_{ji} - d_{ji}^*) = 0$, donde d_{ji}^* es la distancia deseada.
- $\lim_{t \rightarrow \infty} (\alpha_{ji} - \alpha_{ji}^*) = 0$, donde α_{ji}^* es el angulo deseado.

Esto significa que R_i mantendrá una distancia y orientación con respecto a R_j . Dependiendo del modelo cinemático de ambos robots (omnidireccional o diferencial), algunas leyes de control, desarrolladas en esta sección, generarán, en estado estacionario, diferentes estructuras mecánicas.

3.2. Ecuación del movimiento del cuerpo rígido

Un recordatorio de la ecuación de movimiento rígido, el modelo cinemático del remolque estándar de 1-tráiler y una nueva estructura rígida serán dados en esta sección. Esto nos ayudará a validar los principales resultados de este trabajo.

La relación de velocidad entre dos puntos cualesquiera de un cuerpo rígido (véase la Fig. ??) puede expresarse mediante la ecuación de movimiento de un cuerpo rígido (?) dada por

$$\mathbf{v}_Q = \mathbf{v}_P + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{PQ}, \quad (3.4)$$

donde \mathbf{v}_P y \mathbf{v}_Q son las velocidades de los puntos P y Q , respectivamente, $\vec{\omega}_B$ es la velocidad angular del cuerpo rígido, \vec{r}_{PQ} es el vector de posición desde el punto P hasta el punto Q , θ_Q y θ_P son las orientaciones de las velocidades de los puntos Q y P , respectivamente y L es la distancia entre P y Q . Por lo tanto, considerando un espacio bidimensional, la ecuación del movimiento del cuerpo rígido (??) tiene que satisfacer las siguientes expresiones

$$|\mathbf{v}_Q| \cos \theta_Q = |\mathbf{v}_P| \cos \theta_P + L \dot{\theta}_B \sin \theta_B, \quad (3.5a)$$

$$|\mathbf{v}_Q| \sin \theta_Q = |\mathbf{v}_P| \sin \theta_P - L \dot{\theta}_B \cos \theta_B. \quad (3.5b)$$

3.2.1. Modelo cinemático de un 1-tráiler.

De la Fig. ??, suponga que $v_{y_i} = v_{y_j} = 0$ y $\alpha_{ji} = 0$. Esto significa que ambos agentes son robots de accionamiento diferencial. Consideremos que

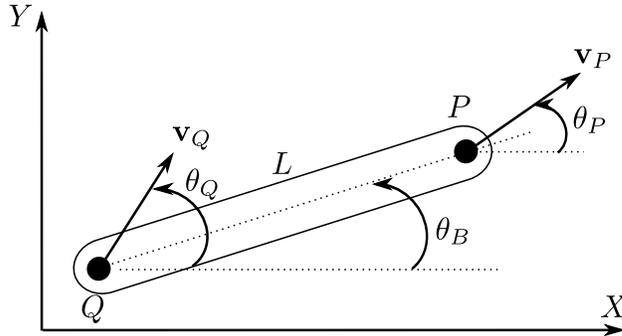


Figura 3.2: Ecuación de movimiento de dos puntos de un cuerpo rígido.

los agentes están unidos a través de juntas mecánicas, obteniendo el esquema para el remolque estándar de 1-tráiler con el modelo cinemático dado por (???)

$$\dot{x}_j = v_{x_j} \cos \theta_j, \quad (3.6a)$$

$$\dot{y}_j = v_{x_j} \sin \theta_j, \quad (3.6b)$$

$$\dot{\theta}_j = w_j, \quad (3.6c)$$

$$\dot{\theta}_i = v_{x_j} \frac{\sin(\theta_j - \theta_i)}{d_{ji}}, \quad (3.6d)$$

donde $[x_j \ y_j]^\top \in \mathbb{R}^2$ son las coordenadas del punto medio del eje de las ruedas del tractor, θ_j y θ_i son la orientación del tractor y del remolque, respectivamente, con respecto al eje horizontal, mientras que v_{x_j} y w_j son las entradas de control correspondientes a las velocidades lineales y angulares del tractor, respectivamente. Por lo tanto, tenemos el siguiente resultado evidente.

Lema 1 *La velocidad lineal del tráiler v_{x_i} depende de la velocidad lineal del tractor v_{x_j} y las orientaciones θ_j y θ_i , y esta dada por*

$$v_{x_i} = v_{x_j} \cos(\theta_j - \theta_i). \quad (3.7)$$

3.2.2. Omni-tráiler

Debido a la estructura heterogénea del sistema de remolque, es posible tener un robot omnidireccional como tractor (robot líder) y, por lo tanto,

el Lema 1 puede ser extendido. De la Fig. ?? suponga que $v_{y_i} = 0$, por lo tanto, R_i es un robot de accionamiento diferencial, que es tirado por un robot omnidireccional y están unidos por una barra rígida de longitud d_{ji} . En consecuencia, tenemos el siguiente Lema evidente.

Lema 2 *La velocidad lineal v_{x_i} y la velocidad angular w_i del robot de accionamiento diferencial depende de las velocidades v_{x_j} , v_{y_j} y los ángulos θ_j y θ_i y esta dado por*

$$v_{x_i} = v_{x_j} \cos(\theta_j - \theta_i) - v_{y_j} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad (3.8a)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{d_{ji}} \left[v_{x_j} \sin(\theta_j - \theta_i) + v_{y_j} \cos(\theta_j - \theta_i) \right]. \quad (3.8b)$$

3.3. Estrategia de control

En esta sección, el modelo dinámico, basado en la distancia y la orientación, al que se hace referencia en (??), se desarrolla considerando, en un primer paso, un grupo de n robots omnidireccionales. Luego, mediante la cancelación de algunas velocidades es posible obtener un modelo dinámico para un sistema heterogéneo, compuesto por robots omnidireccionales y de accionamiento diferencial. En este contexto, se desarrollan cuatro modelos dinámicos diferentes, *i.e.*

Esquema líder-seguidor $\mathcal{O}-\mathcal{O}$ Ambos agentes R_i y R_j son robots omnidireccionales.

Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{O}$ El agente R_j es un robot de accionamiento diferencial y R_i es un robot omnidireccional.

Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{U}$ Ambos agentes R_i y R_j son robots de accionamiento diferencial.

Esquema líder-seguidor $\mathcal{O}-\mathcal{U}$ El agente R_j es un robot omnidireccional y el agente R_i es un robot de accionamiento diferencial.

En un segundo paso, se diseñan cuatro estrategias de control, mediante técnicas de linealización, para conseguir pelotones rígidos de robots. Finalmente, se desarrolla una estrategia de control global teniendo en cuenta un grupo de n robots móviles.

3.3.1. Esquema líder-seguidor $\mathcal{O}-\mathcal{O}$

Basado en la Fig. ??, la distancia d_{ji} y el ángulo α_{ji} , con $i = 1, \dots, n - 1$ y $j = 1, \dots, n, j \neq i$, están dados por

$$d_{ji} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} = \sqrt{d_{ji_x}^2 + d_{ji_y}^2}, \quad (3.9a)$$

$$\alpha_{ji} = \theta_i - \tan^{-1} \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right), \quad (3.9b)$$

donde $d_{ji_x} = x_j - x_i$ y $d_{ji_y} = y_j - y_i$. La derivada con respecto al tiempo de (??) está dada por

$$\dot{d}_{ji} = \frac{d_{ji_x} \dot{d}_{ji_x} + d_{ji_y} \dot{d}_{ji_y}}{d_{ji}}, \quad (3.10a)$$

$$\dot{\alpha}_{ji} = \dot{\theta}_i - \frac{d_{ji_x} \dot{d}_{ji_y} - d_{ji_y} \dot{d}_{ji_x}}{d_{ji}^2}, \quad (3.10b)$$

con

$$\begin{aligned} \dot{d}_{ji_x} &= v_{x_j} \cos \theta_j - v_{y_j} \sin \theta_j - v_{x_i} \cos \theta_i \\ &\quad + v_{y_i} \sin \theta_i, \end{aligned} \quad (3.11a)$$

$$\begin{aligned} \dot{d}_{ji_y} &= v_{x_j} \sin \theta_j + v_{y_j} \cos \theta_j - v_{x_i} \sin \theta_i \\ &\quad - v_{y_i} \cos \theta_i. \end{aligned} \quad (3.11b)$$

Al sustituir (??) en (??) y considerando que $d_{ji_x} = d_{ji} \cos(\theta_i - \alpha_{ji})$ y $d_{ji_y} = d_{ji} \sin(\theta_i - \alpha_{ji})$, por lo tanto, (??) se puede expresar como

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ji} = f_{\eta_{ji}}(\boldsymbol{\eta}_{ji})\mathbf{u}_j + g_{\eta_{ji}}(\boldsymbol{\eta}_{ji})\mathbf{u}_i, \quad i \neq j, \quad (3.12)$$

con

$$f_{\eta_{ji}} = \begin{bmatrix} \cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & -\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & 0 \\ -\frac{\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & \frac{\cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.13a)$$

$$g_{\eta_{ji}} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_{ji} & \sin \alpha_{ji} & 0 \\ \frac{\sin \alpha_{ji}}{d_{ji}} & \frac{\cos \alpha_{ji}}{d_{ji}} & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (3.13b)$$

donde $\boldsymbol{\eta}_{ji} = [d_{ji} \ \alpha_{ji} \ e_{\theta_{ji}}]^\top$ es el vector de estados y $e_{\theta_{ji}} = \theta_j - \theta_i$. Dado que ambos agentes son robots móviles omnidireccionales, por lo tanto, $\mathbf{u}_j = [v_{x_j} \ v_{y_j} \ w_j]^\top$ y $\mathbf{u}_i = [v_{x_i} \ v_{y_i} \ w_i]^\top$. Note que (??) es un caso especial del modelo general que se da en (??).

El control de retroalimentación de estado estático, para el sistema (??), esta dada como

$$\mathbf{u}_i = g_{\eta_{ji}}^{-1}(-f_{\eta_{ji}}\mathbf{u}_j + \mathbf{p}_{ji}), \quad (3.14)$$

donde \mathbf{p}_{ji} está definido por

$$\mathbf{p}_{ji} = \begin{bmatrix} \dot{d}_{ji}^* - k_d e_{d_{ji}} \\ \dot{\alpha}_{ji}^* - k_\alpha e_{\alpha_{ji}} \\ -k_\theta e_{\theta_{ji}} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

con k_d , k_α y k_θ como ganancias positivas de diseño, $e_{d_{ji}} = d_{ji} - d_{ji}^*$ y $e_{\alpha_{ji}} = \alpha_{ji} - \alpha_{ji}^*$ son el error de distancia y el error de orientación de la formación, respectivamente.

Teorema 1 *Considere el sistema (??) en circuito cerrado con (??) y (??), por lo tanto, las coordenadas del error $e_{d_{ji}}$, $e_{\alpha_{ji}}$ y $e_{\theta_{ji}}$ tienden a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$.*

Prueba 1 *La dinámica de las coordenadas de error viene dada por*

$$\dot{\mathbf{e}}_{ji} = \dot{\boldsymbol{\eta}}_{ji} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_{ji}^*, \quad (3.16)$$

donde $\mathbf{e}_{ji} = [e_{d_{ji}} \ e_{\alpha_{ji}} \ e_{\theta_{ji}}]^\top$, $\boldsymbol{\eta}_{ji}^* = [d_{ji}^* \ \alpha_{ji}^* \ 0]^\top$. Sustituye a (??), (??) y (??) en (??), entonces, se obtiene

$$\dot{\mathbf{e}}_{ji} = -K_{ji}\mathbf{e}_{ji}, \quad (3.17)$$

donde $K_{ji} = \text{diag}\{k_d, k_\alpha, k_\theta\}$ Es una matriz diagonal. Note que $-K_{ji}$ es una matriz de Hurwitz si k_d , k_α y $k_\theta > 0$, por lo tanto, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$ y el agente R_i mantiene una distancia y orientación con respecto al agente R_j .

■

Nota 2 *Observe que el esquema $\mathcal{O}-\mathcal{O}$ se estudió en (?) considerando sólo dos robots omnidireccionales. Sin embargo, parte de este trabajo extiende los resultados para un grupo de n robots omnidireccionales.*

3.3.2. Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{O}$

Proposición 1 Sea R_j un robot de accionamiento diferencial y R_i un robot omnidireccional. En este sentido, $v_{y_j} = 0$ y el sistema (??) se reescribe como

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{ji} = \bar{f}_{\eta_{ji}}(\boldsymbol{\eta}_{ji})\bar{\mathbf{u}}_j + \bar{g}_{\eta_{ji}}(\boldsymbol{\eta}_{ji})\bar{\mathbf{u}}_i, \quad i \neq j, \quad (3.18)$$

donde $\bar{g}_{\eta_{ji}} = g_{\eta_{ji}}$, como en (??), $\bar{\mathbf{u}}_j = [v_{x_j} \quad w_j]^\top$, $\bar{\mathbf{u}}_i = [v_{x_i} \quad v_{y_i} \quad w_i]^\top$ y

$$\bar{f}_{\eta_{ji}} = \begin{bmatrix} \cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & 0 \\ -\frac{\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

La ley de control de estado estático de linearización por retroalimentación viene dada por

$$\bar{\mathbf{u}}_i = \bar{g}_{\eta_{ji}}^{-1}(-\bar{f}_{\eta_{ji}}\bar{\mathbf{u}}_j + \mathbf{p}_{ji}), \quad (3.19)$$

con el mismo control auxiliar dado en (??).

Nota 3 Nótese que en el $\mathcal{O}-\mathcal{O}$ y $\mathcal{U}-\mathcal{O}$ esquema líder-seguidor el determinante de las matrices $g_{\eta_{ji}}$ y $\bar{g}_{\eta_{ji}}$ es el mismo, i.e. $\det(g_{\eta_{ji}}) = \det(\bar{g}_{\eta_{ji}}) = \frac{1}{d_{ji}}$. Ya que el parámetro d_{ji} es la distancia del agente R_j to R_i , por lo tanto $d_{ji} > 0$ y las matrices $g_{\eta_{ji}}$ y $\bar{g}_{\eta_{ji}}$ serán siempre invertibles. Además, si el parámetro d_{ji} es cercano a cero, implica que los agentes están muy cerca unos de otros, lo cual no es factible, debido a las restricciones dimensionales de los robots. Por lo tanto, en estos esquemas, el funcionamiento del control no está limitado y no se indetermina.

3.3.3. Esquema líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{U}$

Proposición 2 Sean los agentes R_i y R_j robots de tracción diferencial, por lo tanto, $v_{y_i} = v_{y_j} = 0$, y las funciones $f_{\eta_{ji}}$ y $g_{\eta_{ji}}$, de (??), se reescriben de la siguiente manera

$$\hat{f}_{\eta_{ji}} = \begin{bmatrix} \cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & 0 \\ -\frac{\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{g}_{\eta_{ji}} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_{ji} & 0 \\ \frac{\sin \alpha_{ji}}{d_{ji}} & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Teniendo en cuenta la función de salida $\hat{\mathbf{h}}_{ji} = [d_{ji} \ \alpha_{ji}]^\top$, se obtiene el siguiente sistema

$$\dot{\hat{\mathbf{h}}}_{ji} = \hat{f}_{h_{ji}}(\hat{\mathbf{h}}_{ji}, e_{\theta_{ji}})\hat{\mathbf{u}}_j + \hat{g}_{h_{ji}}(\hat{\mathbf{h}}_{ji})\hat{\mathbf{u}}_i, \quad (3.21)$$

con $\hat{\mathbf{u}}_j = [v_{x_j} \ w_j]^\top$, $\hat{\mathbf{u}}_i = [v_{x_i} \ w_i]^\top$ y

$$\hat{f}_{h_{ji}} = \begin{bmatrix} \cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & 0 \\ -\frac{\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{g}_{h_{ji}} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_{ji} & 0 \\ \frac{\sin \alpha_{ji}}{d_{ji}} & 1 \end{bmatrix}.$$

Ya que $\det(\hat{g}_{h_{ji}}) = -\cos \alpha_{ji}$, con $\alpha_{ji} \neq \pm \frac{\pi}{2}$, entonces, es posible definir una ley de control de retroalimentación por linearización dada por

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \hat{g}_{h_{ji}}^{-1}(-\hat{f}_{h_{ji}}\hat{\mathbf{u}}_j + \hat{\mathbf{p}}_{ji}), \quad (3.22a)$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{ji} = \begin{bmatrix} d_{ji}^* - k_d e_{d_{ji}} \\ \dot{\alpha}_{ji}^* - k_\alpha e_{\alpha_{ji}} \end{bmatrix}, \quad (3.22b)$$

donde $e_{d_{ji}} = d_{ji} - d_{ji}^*$, $e_{\alpha_{ji}} = \alpha_{ji} - \alpha_{ji}^*$ son el error de distancia y el error de orientación de la formación, respectivamente, mientras que k_d y k_α son ganancias de diseño positivas. Debido al modelo simplificado obtenido para los robots de accionamiento diferencial, la ley de control (??) está relacionada sólo para dos variables de control.

3.3.4. Esquema líder-seguidor \mathcal{O} - \mathcal{U}

Proposición 3 Sea R_j un robot omnidireccional y R_i un robot de tracción diferencial. En este contexto, $v_{y_i} = 0$ y las funciones $\tilde{f}_{\eta_{ji}} = f_{\eta_{ji}}$, dadas en (??), y $\tilde{g}_{\eta_{ji}} = \hat{g}_{\eta_{ji}}$, dado en (??). Teniendo en cuenta la función de salida $\tilde{\mathbf{h}}_{ji} = [d_{ji} \ \alpha_{ji}]^\top$, se obtiene el siguiente sistema

$$\dot{\tilde{\mathbf{h}}}_{ji} = \tilde{f}_{h_{ji}}(\tilde{\mathbf{h}}_{ji}, e_{\theta_{ji}})\tilde{\mathbf{u}}_j + \tilde{g}_{h_{ji}}(\tilde{\mathbf{h}}_{ji})\tilde{\mathbf{u}}_i, \quad (3.23)$$

con $\tilde{\mathbf{u}}_j = [v_{x_j} \ v_{y_j} \ w_j]^\top$, $\tilde{\mathbf{u}}_i = [v_{x_i} \ w_i]^\top$ y

$$\tilde{f}_{h_{ji}} = \begin{bmatrix} \cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & -\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji}) & 0 \\ -\frac{\sin(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & -\frac{\cos(e_{\theta_{ji}} + \alpha_{ji})}{d_{ji}} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{g}_{h_{ji}} = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_{ji} & 0 \\ \frac{\sin \alpha_{ji}}{d_{ji}} & 1 \end{bmatrix}.$$

Ya que $\det(\tilde{g}_{h_{ji}}) = -\cos \alpha_{ji}$, con $\alpha_{ji} \neq \pm \frac{\pi}{2}$, entonces, es posible definir una ley de control con retroalimentación por linealización dada por

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \tilde{g}_{h_{ji}}^{-1}(-\tilde{f}_{h_{ji}} \tilde{\mathbf{u}}_j + \tilde{\mathbf{p}}_{ji}), \quad (3.24)$$

con $\tilde{\mathbf{p}}_{ji} = \hat{\mathbf{p}}_{ji}$.

Nota 4 Recordemos que el ángulo α_{ji} es el ángulo medido desde el vector de distancia \vec{d}_{ji} a una marco de referencia local unido al agente R_i . En este sentido, un ángulo $\alpha_{ji} = \pm \frac{\pi}{2}$ significa que la componente de la velocidad perpendicular a las ruedas de los robots móviles de tracción diferencial está alineada con el vector de distancia \vec{d}_{ji} , y debido a la restricción no holonómica de este tipo de vehículos, dada por $\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0$, entonces el movimiento, perpendicular a la velocidad lineal, es cero. Por lo tanto, la restricción de $\alpha_{ji} \neq \pm \frac{\pi}{2}$ implica la restricción no holonómica de los robots móviles de tracción diferencial.

Nota 5 Mediante un procedimiento similar al del Teorema 4, se puede demostrar que el sistema (??) con control (??) las coordenadas del error convergerán a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$. Además, el sistema (??) con control (??), y el sistema (??) con control (??), los errores $e_{d_{ji}}$ y $e_{\alpha_{ji}}$ convergen a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$.

3.3.5. Estrategia de control global

Esta subsección establece una contribución relevante del trabajo. En concreto, se desarrolla una estrategia de control global para asegurar que un grupo de agentes, compuesto por robots móviles omnidireccionales y de accionamiento diferencial, converjan a una distancia y un ángulo de formación deseados.

Recordemos que N es un grupo de n agentes donde R_n es el líder, representado por un robot móvil omnidireccional, mientras que el resto son los seguidores que pueden ser robots móviles omnidireccionales o de accionamiento diferencial, y supongamos que $j > i$, entonces, el modelo dinámico del grupo puede ser representado por

$$\dot{\zeta} = \mathcal{L}\mathbb{U}, \quad (3.25)$$

donde ζ es el vector de estado que contiene las distancias, ángulos de formación y orientaciones con respecto a un par de agentes, \mathbb{U} es la entrada de

control y \mathcal{L} es una matriz de bloques triangular superior.

Nota 6 Sin perder la generalidad, consideremos que los agentes están bajo la conocida formación de cadena abierta dirigida, y asumamos que los agentes están ordenados de la siguiente manera: $N = \{\mathcal{O}, \mathcal{U}, \mathcal{U}, \mathcal{O}, \dots, \mathcal{O}, \mathcal{U}, \mathcal{U}, \mathcal{O}, \mathcal{O}\}$, entonces el vector de estado ζ , la entrada de control \mathbb{U} y la matriz \mathcal{L} se dan de la siguiente manera

$$\zeta = \begin{bmatrix} \bar{\eta}_{21} \\ \hat{h}_{32} \\ \tilde{h}_{43} \\ \eta_{54} \\ \vdots \\ \bar{\eta}_{(n-3)(n-4)} \\ \hat{h}_{(n-2)(n-3)} \\ \tilde{h}_{(n-1)(n-2)} \\ \eta_{n(n-1)} \\ \xi_n \end{bmatrix}, \quad \mathbb{U} = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \\ u_4 \\ \vdots \\ \bar{u}_{n-4} \\ \hat{u}_{n-3} \\ \tilde{u}_{n-2} \\ u_{n-1} \\ u_n \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\mathcal{L} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{\eta_{21}} & \bar{f}_{\eta_{21}} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{2 \times 3} & \hat{g}_{h_{32}} & \hat{f}_{h_{32}} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \dots & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & \tilde{g}_{h_{43}} & \tilde{f}_{h_{43}} & 0_{2 \times 3} & \dots & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & g_{\eta_{54}} & f_{\eta_{54}} & \dots & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \dots & \bar{g}_{\eta_{(n-3)(n-4)}} & \bar{f}_{\eta_{(n-3)(n-4)}} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \dots & 0_{2 \times 3} & \hat{g}_{h_{(n-2)(n-3)}} & \hat{f}_{h_{(n-2)(n-3)}} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \dots & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 2} & \tilde{g}_{h_{(n-1)(n-2)}} & \tilde{f}_{h_{(n-1)(n-2)}} & 0_{2 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & g_{\eta_{n(n-1)}} & f_{\eta_{n(n-1)}} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 3} & R(\theta_n) \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

con $0_{a \times b}$ como una matriz $a \times b$ de ceros. Note que la matriz \mathcal{L} continúa siendo una matriz de bloques triangular superior.

La ley de control de retroalimentación por linearización viene dada por

$$\mathbb{U} = \mathcal{L}^{-1} \mathbf{P}_d, \quad (3.28)$$

donde

$$\mathbf{P}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{21} \\ \hat{\mathbf{P}}_{32} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{43} \\ \mathbf{P}_{54} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{(n-3)(n-4)} \\ \hat{\mathbf{P}}_{(n-2)(n-3)} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{(n-1)(n-2)} \\ \mathbf{P}_{n(n-1)} \\ \mathbf{P}_n \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

son los controles auxiliares definidos anteriormente.

Lema 3 *La matriz \mathcal{L} siempre es invertible para todos los $\alpha_{ji} \neq \pm \frac{\pi}{2}$ y $j \neq i$.*

Prueba 2 *Ya que la matriz \mathcal{L} es una matriz de bloques triangular superior, el determinante viene dado por el producto de los determinantes de las matrices diagonales. Específicamente, para $n = 2$, el determinante de la matriz \mathcal{L} se define como*

$$\det(\mathcal{L}) = \frac{1}{d_{21}},$$

mientras que para $n \geq 3$, el determinante de la matriz \mathcal{L} se obtiene como

$$\det(\mathcal{L}) = r \prod_{p,q}^n \frac{\cos \alpha_{q(q-1)}}{d_{p(p-1)}},$$

donde $p = 2, 5, 6, 9, 10, \dots, n$, $q = 3, 4, 7, 8, 11, \dots, n$ y

$$r = \begin{cases} -1, & \text{if } n = 3, 7, 11, \dots \\ 1, & \text{De lo contrario.} \end{cases}$$

■

Proposición 4 *Considere el sistema (??) en el sistema en lazo cerrado en el control (??), entonces, los errores $e_{d_{ji}}$ y $e_{\alpha_{ji}}$ convergen a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$.*

Prueba 3 Definimos las coordenadas del error de la siguiente manera

$$\mathbf{e} = \zeta - \zeta^*,$$

donde ζ^* es el vector deseado de distancias y orientaciones, y se define de la siguiente manera

$$\zeta^* = \begin{bmatrix} \bar{\eta}_{21}^* \\ \hat{\mathbf{h}}_{32}^* \\ \tilde{\mathbf{h}}_{43}^* \\ \eta_{54}^* \\ \vdots \\ \bar{\eta}_{(n-3)(n-4)}^* \\ \hat{\mathbf{h}}_{(n-2)(n-3)}^* \\ \tilde{\mathbf{h}}_{(n-1)(n-2)}^* \\ \eta_{n(n-1)}^* \\ \xi_n^* \end{bmatrix},$$

con $\bar{\eta}_{ji}^* = [d_{ji}^* \ \alpha_{ji}^* \ 0]^\top$, $\hat{\mathbf{h}}_{ji}^* = [d_{ji}^* \ \alpha_{ji}^*]^\top$, $\tilde{\mathbf{h}}_{ji}^* = [d_{ji}^* \ \alpha_{ji}^*]^\top$, $\eta_{ji}^* = [d_{ji}^* \ \alpha_{ji}^* \ 0]^\top$, $\xi_n^* = [m_x \ m_y \ \theta_d]^\top$, para $j \neq i$, donde m_x , m_y y θ_d son la trayectoria y orientación deseadas para el líder. La dinámica de las coordenadas de error viene dada por

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\zeta} - \dot{\zeta}^*, \quad (3.30)$$

y, substituyendo (??) con control (??) en (??), entonces, uno tiene

$$\dot{\mathbf{e}} = -K\mathbf{e},$$

donde

$$K = \text{diag} \{ K_{21}, K_{32}, K_{43}, K_{54}, K_{65}, \dots, K_{n(n-1)}, K_n \},$$

con $K_{21} = K_{54} = K_{65} = K_{n(n-1)} = \text{diag} \{ k_d, k_\alpha, k_\theta \}$, $K_{32} = K_{43} = \text{diag} \{ k_d, k_\alpha \}$ y $K_n = \text{diag} \{ k_{x_n}, k_{y_n}, k_{\theta_n} \}$. Se hace evidente que, si k_d , k_α , k_θ , k_{x_n} , k_{y_n} y $k_{\theta_n} > 0$, por lo tanto, la matriz K es Hurwitz, y los errores convergerán a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0$. ■

Nota 7 Los siguientes resultados son interesantes debido a que es posible demostrar que el grupo de agentes puede emular el comportamiento cinemático de los cuerpos rígidos. Hasta donde sabemos, este problema no ha sido abordado en la literatura, considerando la distancia y el ángulo de formación entre un par de robots.

3.3.6. Comportamiento de cuerpo rígido

Se ha demostrado (?) que, cuando un sistema (??) con control (??) y (??), alcanza el estado estable, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = 0$ y el esquema de líder-seguidor, compuesto de dos robots omnidireccionales, emulara el comportamiento cinemático de un cuerpo rígido.

En base a lo anterior, el siguiente teorema establece otra contribución de este artículo.

Teorema 2 *Considere que en el sistema (??), el agente R_j y R_i puede ser un robot de accionamiento omnidireccional o diferencial. Supongamos que el sistema ha alcanzado el estado de equilibrio y $d_{ji}^* = \bar{d}_{ji} \in \mathbb{R}_+$ y $\alpha_{ji}^* = 0$, por lo tanto, el esquema líder-seguidor emulará el comportamiento cinemático de un cuerpo rígido, en el comportamiento cinemático estándar de un 1-tráiler o el comportamiento cinemático del omni-tráiler.*

La prueba se hará de forma constructiva, teniendo en cuenta los casos indicados en la sección 3.2. La primer prueba trata los casos donde el robot seguidor es omnidireccional, es decir, los casos $\mathcal{O}\text{-}\mathcal{O}$ y $\mathcal{U}\text{-}\mathcal{O}$, lo cual deriva en un comportamiento de cuerpo rígido. Posteriormente se estudia el caso $\mathcal{U}\text{-}\mathcal{U}$ que constituye el tradicional 1-trailer y finalmente el caso $\mathcal{O}\text{-}\mathcal{U}$ que equivale al recién definido omni-trailer.

Prueba 4 *Esquema de líder-seguidor $\mathcal{O}\text{-}\mathcal{O}$, $\mathcal{U}\text{-}\mathcal{O}$. Considere que el sistema (??) con control (??) o (??) ha alcanzado el estado estable, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = 0$, entonces, substituyendo la ley de control (??) en el modelo cinemático (??), en estado estable, se obtiene*

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= v_{x_j} \cos \theta_i - \bar{d}_{ji} w_j \sin(\alpha_{ji} - \theta_i), \\ \dot{y}_i &= v_{x_j} \sin \theta_i - \bar{d}_{ji} w_j \cos(\alpha_{ji} - \theta_i), \\ \dot{\theta}_i &= w_j.\end{aligned}$$

Debido a $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{\theta_{ji}} = 0$, esto significa que $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_i = \theta_j$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha_{ji} = \alpha_{ji}^ = 0$, y la expresión anterior se reescribe como*

$$\dot{x}_i = v_{x_j} \cos \theta_j + \bar{d}_{ji} w_j \sin \theta_j, \quad (3.31)$$

$$\dot{y}_i = v_{x_j} \sin \theta_j - \bar{d}_{ji} w_j \cos \theta_j, \quad (3.32)$$

$$\dot{\theta}_i = w_j. \quad (3.33)$$

Nótese que, desde (??), $\dot{x}_j = v_{x_j} \cos \theta_j$ y $\dot{y}_j = v_{x_j} \sin \theta_j$, entonces se obtiene

$$\dot{x}_i = \dot{x}_j + \bar{d}_{ji} w_j \sin \theta_j, \quad (3.34a)$$

$$\dot{y}_i = \dot{y}_j - \bar{d}_{ji} w_j \cos \theta_j, \quad (3.34b)$$

$$\dot{\theta}_i = w_j. \quad (3.34c)$$

Comparando estas últimas expresiones con respecto a las ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido (??), se puede concluir que el seguidor se moverá de tal manera que todo el sistema se comportará como un cuerpo rígido. ■

Nota 8 Surge un caso especial cuando α_{ji}^* . En este caso, $\theta_i^* = \theta_j$ por lo tanto, $\dot{\theta}_i^* = w_j$. Con esta selección particular, (??) se reescribe como

$$\dot{x}_i = \dot{x}_j + \bar{d}_{ji} w_j \sin \theta_j,$$

$$\dot{y}_i = \dot{y}_j - \bar{d}_{ji} w_j \cos \theta_j,$$

$$\dot{\theta}_i = w_j.$$

Esto implica que todo el cuerpo rígido tiene la misma orientación que el robot líder, i.e. $\theta_B = \theta_j$.

Corolario 1 De acuerdo a (??), suponga que $d_{ji}^* = \bar{d}_{ji} \in \mathbb{R}$, $\alpha_{ji}^* = \theta_i^* = \theta_j$ considere que el sistema (??) ha alcanzado el estado estable, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = 0$. Mas aún, cuando $t \rightarrow \infty$, entonces θ_j y α_{ji} converge a θ_j , por lo tanto, el esquema líder-seguidor representado por dos robots omnidireccionales o un robot de accionamiento diferencial como líder y un omnidireccional como seguidor emularán un comportamiento de control de marcha con vectores de posición horizontales estáticos, es decir, se cumple que $\theta_B = 0$.

Prueba 5 Desde que d_{ji}^* es constante, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = 0$. Mas aún, θ_i y α_{ji} converge a θ_j cuando $t \rightarrow \infty$ y $\dot{\theta}_j^* = \dot{\alpha}_{ji}^* = w_j$, entonces, (??) se reduce a

$$\mathbf{p}_{d_{ji}} = \begin{bmatrix} 0 \\ w_j \\ w_j \end{bmatrix},$$

entonces, el sistema (??) se reduce a una representación escalar dada por

$$\dot{x}_i = \dot{x}_j, \quad \dot{y}_i = \dot{y}_j, \quad \dot{\theta}_i = w_j.$$

Esto significa que el robot seguidor tiene la misma velocidad lineal y angular que el líder. Integrando las ecuaciones anteriores, se obtienen las posiciones del robot seguidor dadas por

$$x_i = x_j + c_1, \quad y_i = y_j + c_2,$$

con c_1 y $c_2 \in \mathbb{R}$ como las constantes de integración. Recordando que $d_x = x_j - x_i = d \cos(\theta_i - \alpha_{ji})$, $d_y = y_j - y_i = d \sin(\theta_j - \alpha_{ji})$, y, tomando en cuenta que $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = 0$, θ_i y α_{ji} converge a θ_j cuando $t \rightarrow \infty$, por lo tanto la posición del seguidor esta dada por $x_i = x_j - \bar{d}_{ji}$ y $y_i = y_j$. Esto implica que el robot seguidor mantendrá siempre una línea horizontal con respecto al robot líder. ■

Prueba 6 Esquema de líder-seguidor $\mathcal{U}\text{-}\mathcal{U}$. Considere que el sistema (??) con control (??) ha alcanzado el estado estable, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$, por lo tanto, sustituyendo la ley de control (??) en el modelo cinemático (??) y considerando $d_{ji}^* = \bar{d}_{ji}$, en estado estable, se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{v_{x_j}}{\cos \alpha_{ji}^*} \cos \theta_i \cos(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}), \\ \dot{y}_i &= \frac{v_{x_j}}{\cos \alpha_{ji}^*} \sin \theta_i \cos(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}), \\ \dot{\theta}_i &= \frac{v_{x_j}}{\bar{d}_{ji} \cos \alpha_{ji}^*} \sin e_{\theta_{ji}}. \end{aligned}$$

Entonces, dejando $\alpha_{ji}^* = 0$ y $\theta_i = \theta_j - e_{\theta_{ji}}$, se obtiene

$$\dot{x}_i = v_{x_j} \cos(\theta_j - e_{\theta_{ji}}) \cos e_{\theta_{ji}}, \quad (3.35a)$$

$$\dot{y}_i = v_{x_j} \sin(\theta_j - e_{\theta_{ji}}) \cos e_{\theta_{ji}}, \quad (3.35b)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{v_{x_j}}{\bar{d}_{ji}} \sin e_{\theta_{ji}}. \quad (3.35c)$$

Nótese que la velocidad lineal del agente R_i puede obtenerse de (??) y (??) de la siguiente manera

$$v_{x_i} = \sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2} = v_{x_j} \cos e_{\theta_{ji}}. \quad (3.36)$$

Del Lema ?? y comparando (??) con (??) y (??) con (??) se puede observar que tienen la misma estructura. Esto significa que el agente R_i se comportará como un trailer y el agente R_j como un tractor, por lo tanto, todo el sistema se comportará como un 1-trailer estándar.

■

Prueba 7 Esquema de líder-seguidor $\mathcal{O}\mathcal{U}$. Considere que el sistema (??) con control (??) ha alcanzado el estado estable, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{ji} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$, por lo tanto, sustituyendo la ley de control (??) en el modelo cinemático del seguidor (??) y considerando que $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{d_{ji}} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_{\alpha_{ji}} = 0$, $d_{ji}^* = \bar{d}_{ji}$, en estado estable, se obtiene

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= \frac{\cos \theta_i}{\cos \alpha_{ji}^*} \left[v_{x_j} \cos(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}) - v_{y_j} \sin(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}) \right], \\ \dot{y}_i &= \frac{\sin \theta_i}{\cos \alpha_{ji}^*} \left[v_{x_j} \cos(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}) - v_{y_j} \sin(\alpha_{ji}^* + e_{\theta_{ji}}) \right], \\ \dot{\theta}_i &= \frac{1}{\bar{d}_{ji} \cos \alpha_{ji}^*} \left[v_{x_j} \sin e_{\theta_{ji}} + v_{y_j} \cos e_{\theta_{ji}} \right].\end{aligned}$$

Entonces, dejando que $\alpha_{ji}^* = 0$ y $\theta_i = \theta_j - e_{\theta_{ji}}$, se obtiene

$$\dot{x}_i = \cos(\theta_j - e_{\theta_{ji}}) \left[v_{x_j} \cos e_{\theta_{ji}} - v_{y_j} \sin e_{\theta_{ji}} \right], \quad (3.37a)$$

$$\dot{y}_i = \sin(\theta_j - e_{\theta_{ji}}) \left[v_{x_j} \cos e_{\theta_{ji}} - v_{y_j} \sin e_{\theta_{ji}} \right], \quad (3.37b)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{1}{\bar{d}_{ji}} \left[v_{x_j} \sin e_{\theta_{ji}} + v_{y_j} \cos e_{\theta_{ji}} \right]. \quad (3.37c)$$

Nótese que la velocidad lineal del agente R_i puede obtenerse de (??) y (??) de la siguiente manera

$$v_{x_i} = \sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2} = v_{x_j} \cos e_{\theta_{ji}} - v_{y_j} \sin e_{\theta_{ji}}. \quad (3.38)$$

Del Lema ?? y comparando (??) con (??) y (??) con (??), se puede concluir que el esquema líder-seguidor, logrará el mismo comportamiento cinemático del omni-trailer dado en la sección ??.

■

3.4. Simulaciones numéricas

Cabe mencionar que las estrategias de control previas se definen entre una pareja de robots, donde el robot seguidor es controlado respecto a un único líder. Si estos comportamientos se extienden para el caso de más de dos robots, entonces es posible considerar una topología de grafo dirigido en forma de árbol con un líder R_n siguiendo una trayectoria deseada. Esta topología puede construirse definiendo que en cada par de robots R_i (seguidor) y R_j (líder), se satisface que $j > i$, $\forall i = 1, \dots, n - 1$, y $j = 1, \dots, n$ con $j \neq i$.

Para la primera simulación numérica, la Fig. ?? muestra una comparación entre el comportamiento cinemático de un remolque estándar de 1-tráiler, dada por (??), y el $\mathcal{U}-\mathcal{U}$ esquema de líder-seguidor, dado por (??). El trailer recibe comandos de velocidades lineales y angulares tales que está siguiendo una lemniscata de Geronó con parametrización $\xi_d : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$\xi_d = \left[2 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) \quad 1,5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) \right]^\top.$$

Las condiciones iniciales para el 1-trailer estándar son

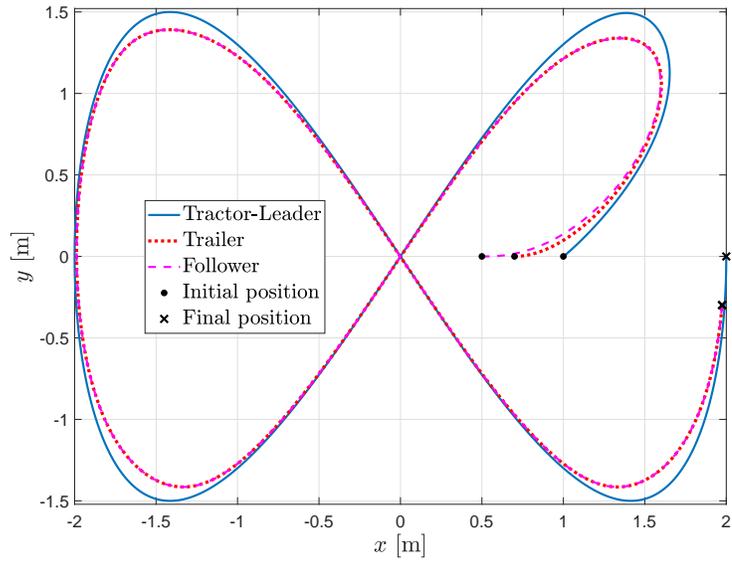
$$\left[x_j(0) \quad y_j(0) \quad \theta_j(0) \quad \dot{\theta}_j(0) \right]^\top = \left[1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^\top$$

mientras que para el seguidor son $\xi_i(0) = \left[0,5 \quad 0 \quad 0 \right]^\top$, con $\alpha_{ji}^* = 0$ rad, $d_{ji}^* = 0,3$ m, usando el solucionador de funciones ode4 de Matlab Simulink[®] (?). Específicamente, la Fig. ?? muestra la trayectoria en el plano para ambos, el 1-trailer estándar y el esquema de líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{U}$. Se hace evidente que, a pesar de que el seguidor tiene condiciones iniciales diferentes con respecto al trailer, el seguidor tiene el mismo comportamiento que el trailer; mientras que la Fig. ?? muestra la orientación para el remolque y el seguidor. Observe que ambos ángulos de orientación convergen en el mismo valor, lo que nos permite validar que el esquema de líder-seguidor $\mathcal{U}-\mathcal{U}$ se comportará como un 1-trailer estándar.

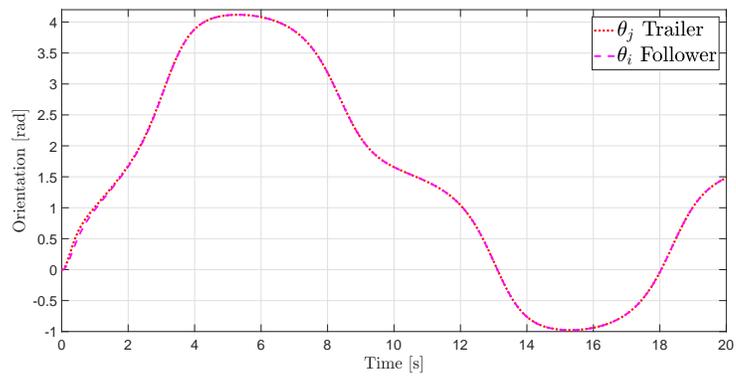
Para mostrar el desempeño de la ley de control (??) y las diferentes combinaciones del esquema líder-seguidor, la Fig. ?? representa una simulación numérica con $n = 13$. El robot líder \mathcal{O}_{13} se controla para seguir una lemniscata de Geronó definida como

$$\xi_{13}^* = \left[m_x, \quad m_y, \quad \arctan\left(\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}_x}\right) \right]^\top,$$

con $m_x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$, $m_y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right)$ y $K_{13} = \text{diag}\{1, 1, 3\}$. Dado que los agentes están bajo la topología de líder-seguidor, entonces, la distan-



(a) Trayectoria en el plano para un 1 trailer estándar y el $\mathcal{U} - \mathcal{U}$ esquema de líder-seguidor.



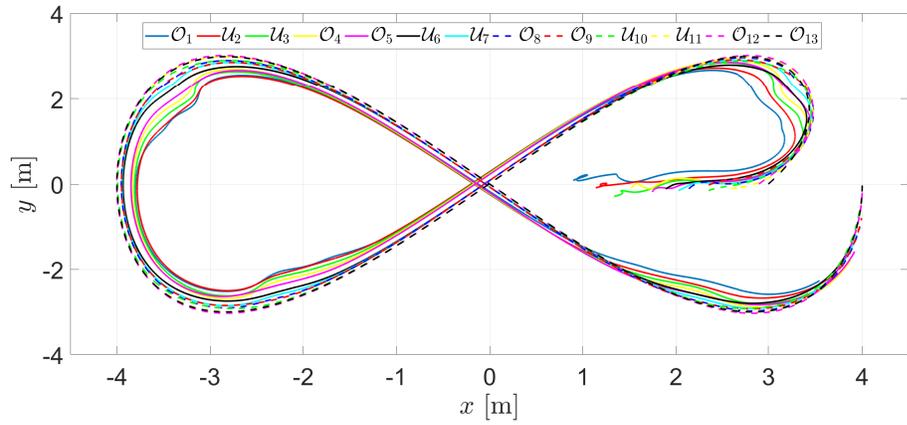
(b) Ángulo de orientación del tráiler y del seguidor.

Figura 3.3: Comparación entre el comportamiento de un 1 trailer estándar y el $\mathcal{U} - \mathcal{U}$ esquema de líder-seguidor.

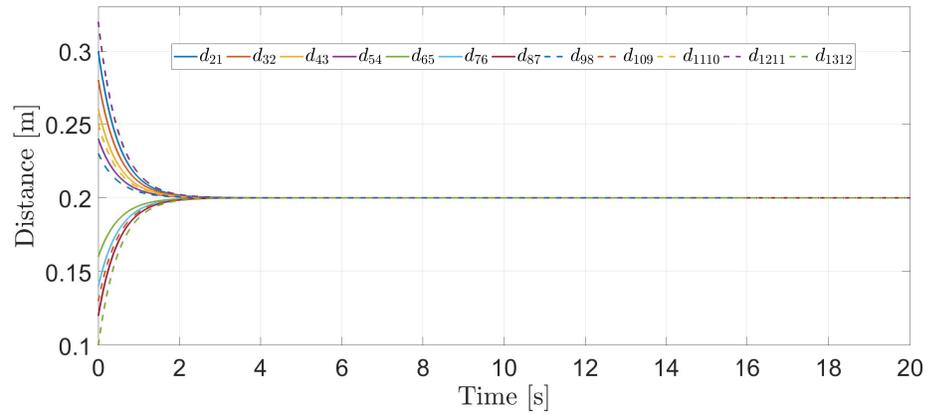
cia deseada y el ángulo de formación es el mismo para todo el par de robots, *i.e.* $d_{ji}^* = 0.2\text{ m}$ y $\alpha_{ji}^* = 0\text{ rad}$, mientras que los parámetros de control son $K_{21} = K_{54} = K_{65} = K_{98} = K_{109} = K_{1312} = \text{diag}\{2, 2, 3\}$ y $K_{32} = K_{43} = K_{76} = K_{87} = K_{98} = K_{1110} = K_{1211} = \text{diag}\{2, 2\}$. Las condiciones iniciales para los robots son

$$\begin{aligned}
\xi_1(0) &= [0,89 \quad 0,085 \quad 0]^\top, & \xi_2(0) &= [1,14 \quad -0,0905 \quad 0]^\top, \\
\xi_3(0) &= [1,33 \quad -0,288 \quad 0]^\top, & \xi_4(0) &= [1,52 \quad -0,104 \quad 0]^\top, \\
\xi_5(0) &= [1,74 \quad -0,186 \quad 0]^\top, & \xi_6(0) &= [1,89 \quad -0,117 \quad 0]^\top, \\
\xi_7(0) &= [2,02 \quad -0,153 \quad 0]^\top, & \xi_8(0) &= [2,139 \quad -0,112 \quad 0]^\top, \\
\xi_9(0) &= [2,35 \quad -0,024 \quad 0]^\top, & \xi_{10}(0) &= [2,352 \quad 0,154 \quad 0]^\top, \\
\xi_{11}(0) &= [2,59 \quad -0,098 \quad 0]^\top, & \xi_{12}(0) &= [2,9 \quad 0 \quad 0]^\top, \\
\xi_{13}(0) &= [3 \quad 0 \quad 0]^\top.
\end{aligned}$$

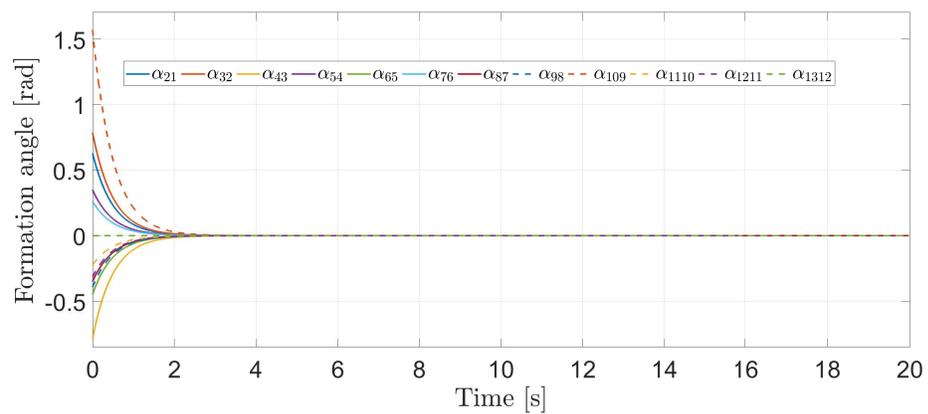
Particularmente, la Fig. ?? ilustra la trayectoria en el plano de todos los robots. En este sentido, el par de robots $(\mathcal{O}_5, \mathcal{O}_4)$, $(\mathcal{O}_9, \mathcal{O}_8)$ y $(\mathcal{O}_{13}, \mathcal{O}_{12})$ se encuentran bajo el esquema $\mathcal{O} - \mathcal{O}$ mientras que el par de robots $(\mathcal{U}_2, \mathcal{O}_1)$, $(\mathcal{U}_6, \mathcal{O}_5)$ y $(\mathcal{U}_{10}, \mathcal{O}_9)$ se encuentran bajo el esquema $\mathcal{U} - \mathcal{O}$. En ambos casos, los agentes consiguen el comportamiento de cuerpo rígido. Para el esquema $\mathcal{U} - \mathcal{U}$, integrado por el par $(\mathcal{U}_3, \mathcal{U}_2)$, $(\mathcal{U}_7, \mathcal{U}_6)$ y $(\mathcal{U}_{11}, \mathcal{U}_{10})$, logra el comportamiento del 1-trailer estándar. El comportamiento del omni-trailer aparece en el par $(\mathcal{O}_4, \mathcal{U}_3)$, $(\mathcal{O}_8, \mathcal{U}_7)$ y $(\mathcal{O}_{12}, \mathcal{U}_{11})$ con el esquema $\mathcal{O} - \mathcal{U}$. Observe que en todos los casos, los pares de robots satisfacen $j > i$. Por otro lado, la Fig. ?? representa la distancia entre los robots, donde se hace evidente que cada par de agentes converge a la distancia deseada $d_{ji}^* = 0.2\text{ m}$. Finalmente, la Fig. ?? muestra los ángulos de formación de cada par de agentes, que convergen al ángulo de formación deseado $\alpha_{ji}^* = 0\text{ rad}$.



(a) Trayectoria en el plano.



(b) Distancia entre agentes.



(c) Ángulos de formación.

Figura 3.4: Simulación con $n = 13$ combinando los cuatro diferentes esquemas de líder-seguidor.

Capítulo 4

Trabajo experimental

4.1. Descripción del área de trabajo

La figura ?? muestra el laboratorio de análisis de movimiento de la Universidad Iberoamericana Ciudad de México en donde se desarrollaron todos los experimentos reportados en esta tesis.



Figura 4.1: Laboratorio de análisis de movimiento

Este laboratorio cuenta con un área de trabajo de 3×7 m. Está compuesto por seis cámaras de la serie Bonita[®] de la marca Vicon[®] ubicadas a 2,45m

del piso. Para un mejor funcionamiento tanto de las cámaras como de la tracción de los robots físicos, el piso se encuentra cubierto de un material no reflejante y suave. Asimismo, se bloquean todas las entradas de luz solar para eliminar el ruido que puedan llegar a causar.

Estas cámaras emiten luz infrarroja, la cual se refleja en unos marcadores de forma esférica de aproximadamente 14,5mm de diámetro. El promedio de captura de imágenes es de 117 cuadros por segundo (FPS) en este sistema. Para conocer la posición de los marcadores, se utiliza un mínimo de tres cámaras para triangular su posición en el espacio de trabajo. En este punto la información se envía por medio de cables ethernet a una computadora central. Esta computadora cuenta con las siguientes características: sistema operativo Windows 7 profesional de 64 bits, procesador Intel *i7* modelo 4770 a 3,4GHz, con 16Gb de memoria RAM. También cuenta con el programa “Tracker[®]” donde se encuentran definidos los cuerpos rígidos a ubicar y que están compuestos por al menos tres marcadores. Es aquí en donde se procesa la información que entregan las cámaras y se calculan los datos de ubicación de los SRM en el espacio de trabajo.

Una vez procesados los datos por Tracker[®] se utiliza un cliente virtual desarrollado por Vicon[®] y re-implementado en esta tesis con programación orientada a objetos para su uso más simple. Éste provee los datos de ubicación espacial de todos los SRM en tiempo real. Esta información se utiliza como la retroalimentación del sistema, para calcular las distancias que existen entre los pares de SRM y así implementar las leyes de control propuestas.

4.2. Descripción de la plataforma experimental

En esta sección se presenta el diseño mecánico y electrónico desarrollado como prueba de concepto para esta tesis.

4.2.1. Diseño del núcleo de control

Se diseñó un núcleo de control para robots heterogéneos ya que los resultados presentados en este proyecto son ilustrativos mas no limitativos en cuanto a las capacidades de la ley de control propuesta. Es por esta razón que la ley de control implementada puede aplicarse a distintos robots omnidireccionales.

También se diseñó un núcleo de control electrónico universal cuyo PCB se muestra en la figura ?? y ??, que permite controlar un gran número de posibles entes robóticos apliquen la ley de control y de esta forma pueda ser implementado fácilmente. El núcleo desarrollado lleva por nombre “HUEX 2.0” del náhuatl huexocauhtli, que significa pato silbón. Su nombre de debe a la similitud que existe entre las capacidades multientorno que poseen los patos y el SRMM modular que se presenta en este trabajo.

El MCU de la plataforma HUEX 2.0 cuenta con las siguientes características:

- Un MCU de la marca NXP modelo *LPC1768*.
- Un procesador ARM® Cortex™-M3 Core
- 96MHz, 32KB RAM, 512KB FLASH
- Soporte para la plataforma MBED®
- Cuatro LED's
- Comunicación bluetooth por medio del módulo HC-06
- Seis entradas analógicas
- Seis salidas PWM
- Una salida analógica
- Doce pines I/O digitales
- Salida para comunicación serial/*I2C*
- Salida serial de tipo half duplex asíncrona

El PCB cuenta con los siguientes componentes complementarios al MCU:

- Capacitores ($330\mu\text{f}$, $33\mu\text{f}$, $10\mu\text{f}$)
- Switch
- TTL (NOT, Buffer)
- LEDs

- 3 Servos marca Dynamixel modelo AX12-W
- Resistencias 10k Ω
- Regulador de voltaje
- Modulo bluetooth RN42
- Conector para batería li-po XT60

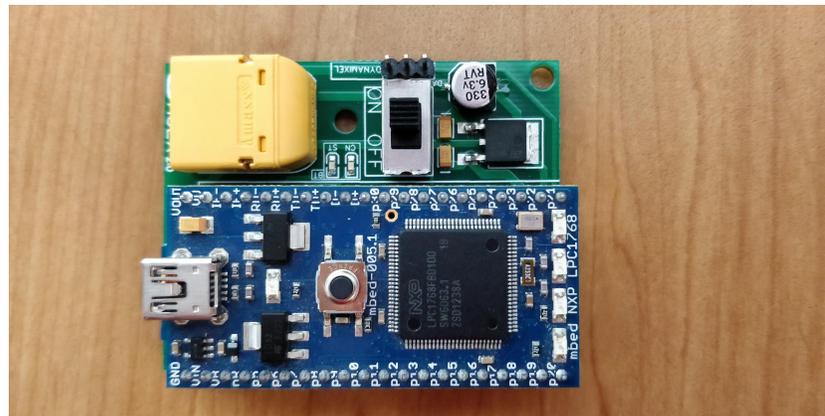


Figura 4.2: Vista superior HUEX 2.0

Se observa también que las características que presenta esta tarjeta electrónica sobrepasan ampliamente los requerimientos del SRM presentado en este proyecto. Esto se debe a que la tarjeta está preparada para implementar las leyes de control a bordo. También es posible sensar distintos entornos dinámicos no estructurados por medio de una amplia gama de sensores disponibles en el mercado actual, que pueden ser conectados en los puertos disponibles de HUEX 2.0.

4.2.2. Diseño y construcción de robots

La plataforma robótica construida para este proyecto consta de un grupo de agentes de tipo terrestre omnidireccional de tres ruedas.



Figura 4.3: Vista isométrica HUEX 2.0

El armazón principal se conforma en su mayoría de acrílico de 4,5mm. La estructura de las llantas es de aluminio y los rodillos de las llantas omnidireccionales son de goma con ejes de acero inoxidable de 0,7mm. La estructura del robot fue diseñada en su totalidad en la universidad. El proceso de maquinado utilizado para crear las piezas necesarias fue corte con láser de dióxido de carbono.

Se utilizaron servomotores de la marca “Dynamixel” con las siguientes especificaciones:

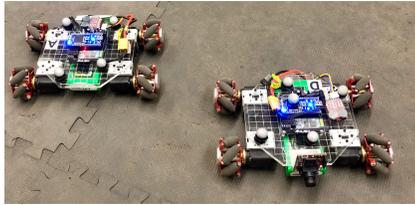
- Peso : 52.9g
- Dimensiones : 32mm x 50mm x 40mm
- Resolución : 0.29°
- Razón de reducción del giro : 32 : 1
- Velocidad sin carga : 470rpm (a 12V, modo rueda), 54rpm (a 12V, modo articulación)
- Amplitud del giro: 0° 300°, vueltas continuas en modo rueda.
- Temperatura de funcionamiento : -5° +70°
- Tensión de operación : 9 - 12V (Tensión recomendada 11.1V)

- Señal de control: Paquetes digitales
- Protocolo : Half duplex Asynchronous Serial Communication (8bit,1stop,No Parity)
- Enlace (Físico) : TTL Level Multi Drop (conectividad daisy chain)
- ID : 254 ID (0 253)
- Velocidad de comunicación: 7843bps - 1 Mbps
- Magnitudes retroalimentadas: Posición, Temperatura, Carga, Tensión de entrada, etc.
- Material: Plástico.

Los SRM terrestres utilizan una batería de litio-polímero de tres celdas (11,1v), capacidad de 5,2Ah con una descarga máxima de 35C y soporte a picos de corriente de hasta 100C. Los diagramas del ensamble estructural de los robots terrestres se encuentran en el apéndice ??.

4.3. Resultados experimentales

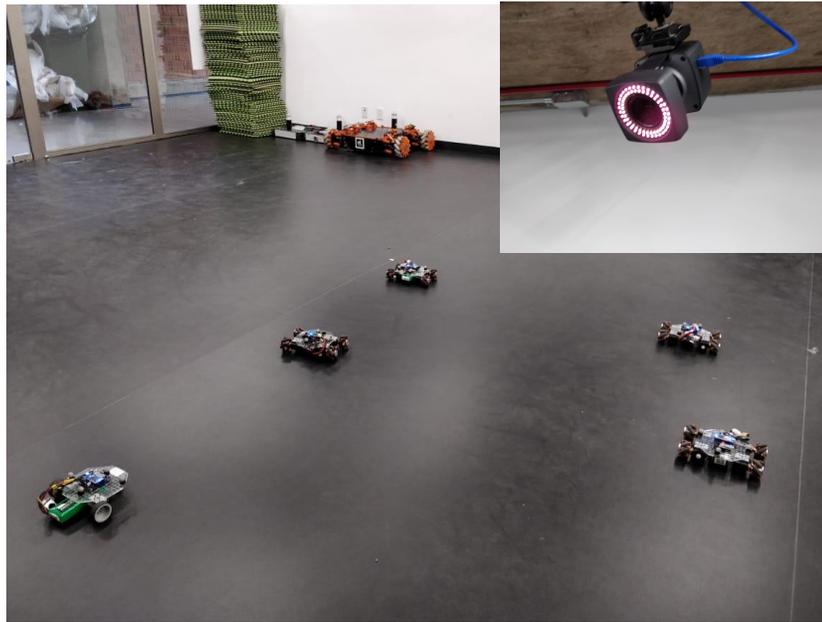
La aproximación se prueba utilizando los cuatro robots móviles con cuatro ruedas mecánicas como las que se muestran en la Fig. ?. Los robots son accionados por servomotores Dynamixel[®] AX – 12W, y controlado por un microcontrolador NXP[®] modelo *LPC1768* con comunicación Bluetooth a un ordenador PC usando un módulo *RN42*. En un primer paso, la posición y la orientación de los robots se miden mediante un sistema de Vicon[®] sistema de captura de movimiento compuesto por 6 cámaras modelo Bonita[®] (Fig. ??) y 4 cámaras modelo Vero[®] (Fig. ??). El area de tabajo disponible para el sistema de captura de movimiento es de 8 m por 8 m. Note la Fig. ?? que los marcadores reflectantes se colocaron en la parte superior de los robots para ser identificados por el sistema de Vicon[®]. El algoritmo de control se ejecuta a una tasa de 117 FPS con una resolución de $\pm 0,5$ mm.



(a) Robots móviles con cuatro ruedas omnidireccionales.



(b) Robots móviles con dos ruedas y tres ruedas omnidireccionales.



(c) Configuración del sistema experimental.



(d) Cámara modelo Vero[®].

Figura 4.4: Montaje experimental compuesto por robots móviles omnidireccionales y de accionamiento diferencial y diez cámaras Vicon[®].

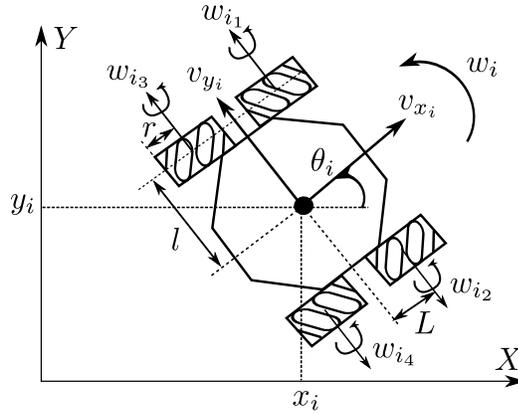


Figura 4.5: Robot móvil con ruedas omnidireccionales.

De acuerdo con Fig. ??, las velocidades de cada rueda pueden ser calculadas por

$$\begin{bmatrix} \omega_{i1} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{i3} \\ \omega_{i4} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -(L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \\ 1 & 1 & (L+l) \\ 1 & -1 & -(L+l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \\ \omega_i \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

donde $L=0.1$ m, $l=0.05$ m y $r=0.0275$ m. Note que la ecuación (??) puede ser adecuado según el número de ruedas del robot, por ejemplo, para el robot móvil de tres ruedas omnidireccionales.

Experimentos de cuerpo rígido con dos robots

La Fig. ?? muestra el primer experimento del movimiento líder-seguidor tratado en el Teorema ??. La distancia y los ángulos deseados están dados por $d^* = 0,35$ m, $\alpha^* = 0$ rad y $\theta_F^* = \theta_L$, respectivamente. Los parámetros de control son $k_d = 0,4$, $k_\alpha = 0,07$ y $k_{\theta_F} = 0,07$. Las condiciones iniciales están dadas por

$$\begin{aligned} \xi_F(0) &= [0,349 \quad -0,297 \quad -0,7115]^\top \\ \xi_L(0) &= [0,460 \quad -0,027 \quad -0,3909]^\top, \end{aligned}$$

en metros y radianes, respectivamente.

El robot líder es controlado para seguir una trayectoria en forma de círculo con un radio igual a $0,7m$ orientado al vector de velocidad de la trayectoria, *i.e.* los valores deseados para el líder están dados por

$$\boldsymbol{\xi}_L^* = \left[m_x, \quad m_y, \quad \arctan\left(\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}_x}\right) - \frac{\pi}{2} \right]^\top,$$

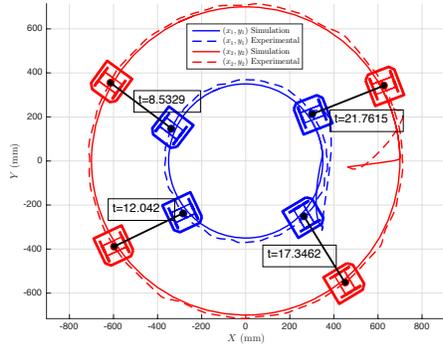
donde $m_x = 0,7 \sin\left(\frac{2\pi}{20}t\right)$ y $m_y = 0,7 \cos\left(\frac{2\pi}{20}t\right)$. Así, la ley de control para el robot líder se establece como $\mathbf{u}_L = R^{-1}(\theta_L) \left[\dot{\boldsymbol{\xi}}_L^* - k_L(\boldsymbol{\xi}_L - \boldsymbol{\xi}_L^*) \right]$, con $k_L = \text{diag}\{0,1, 0,1, 0,02\}$.

Las trayectorias de los robots se muestran en la Fig. ??, comparando las señales de simulación (líneas continuas), con los resultados experimentales (líneas discontinuas). El color rojo representa el robot líder, mientras que el color azul es el robot seguidor. Los robots también se dibujan en cuatro instancias de tiempo diferentes para mostrar el comportamiento deseado. Observe que el robot seguidor converge a la distancia deseada, orientado al ángulo del robot líder θ_L . Se visualiza en las trayectorias de los ejes X y Y y los ángulos de orientación mostrados en la Fig. ??, y los errores de convergencia $e_d = d - d^*$, $e_\alpha = \alpha - \alpha^*$ y $e_{\theta_F} = \theta_F - \theta_F^*$, dados por la Fig. ?. Las entradas de control se representan en la Fig. ?. Los efectos del ruido en las trayectorias aparecen debido a la fricción no modelada de las ruedas en el suelo, las mediciones de los sensores y los errores de los actuadores, entre otros.

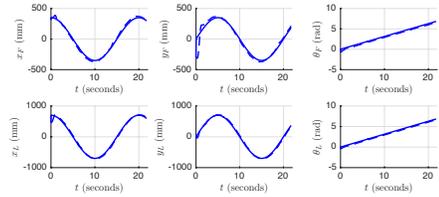
La figura ?? muestra los mismos gráficos para un segundo experimento relacionado con el Corolario ?? con el mismo $\boldsymbol{\xi}_L^*$ y la distancia deseada $d^* = 0,35m$, pero eligiendo $\alpha^* = \theta_F^* = \theta_L$. Los parámetros de control son $k_d = 0,25$, $k_\alpha = 0,07$ y $k_{\theta_F} = 0,07$. Las condiciones iniciales están dadas por $\boldsymbol{\xi}_F(0) = \left[0,367 \quad -0,418 \quad -0,5157 \right]^\top$ y $\boldsymbol{\xi}_L(0) = \left[0,445 \quad -0,032 \quad -0,02 \right]^\top$. Observe que los errores convergen a cero. Note que para la definición de α^* y θ_F^* , la posible postura del robot seguidor está en una línea recta horizontal, orientada al ángulo del robot líder.

Experimento con cuatro robots

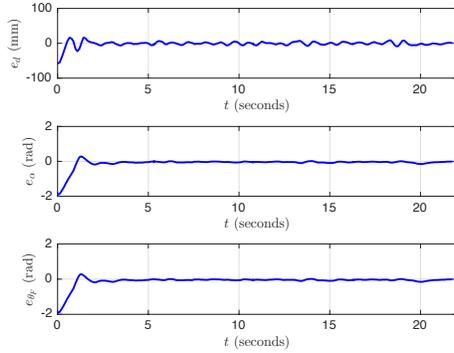
Las figuras ??, ?? y ?? muestran un experimento de las cuatro leyes de control combinadas presentadas en la Sección ?. El robot líder es \mathcal{O}_4 (robot omnidireccional de color negro). El par $(\mathcal{O}_4, \mathcal{O}_3)$ implementa el esquema de control $\mathcal{O} - \mathcal{O}$, logrando un comportamiento de cuerpo rígido. El par $(\mathcal{O}_4, \mathcal{U}_2)$



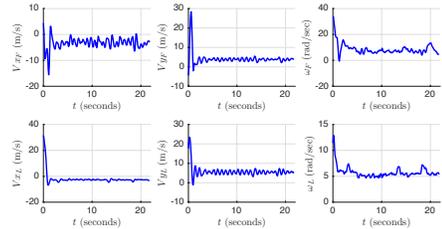
(a) Las trayectorias en el plano.



(b) Las trayectorias de las variables de estado x_i , y_i y θ_i .

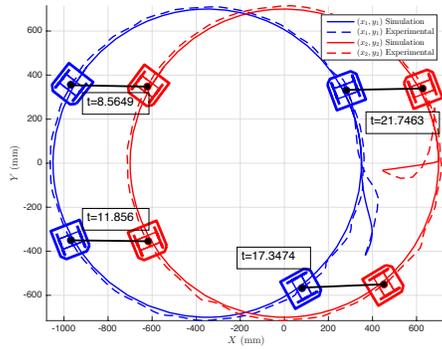


(c) Gráfica de los errores.

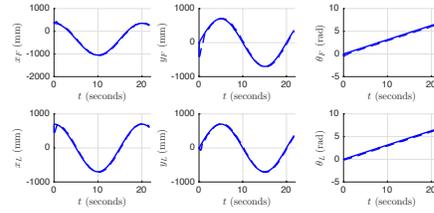


(d) Entradas de control.

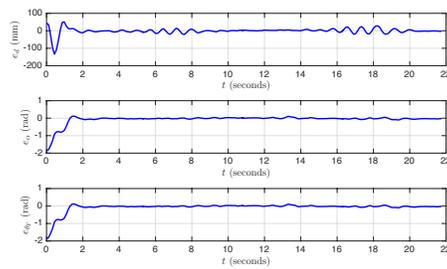
Figura 4.6: Experimento 1 emulando el comportamiento cinemático de un cuerpo rígido.



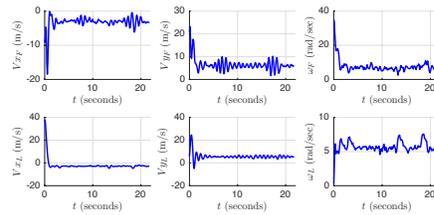
(a) Las trayectorias en el plano.



(b) Las trayectorias de las variables de estado x_i , y_i y θ_i .



(c) Gráfica de los errores.



(d) Entradas de control.

Figura 4.7: Experimento 2 mostrando un comportamiento de control de marcha con un vector de posición horizontal estático.

permite el esquema de la ley de control $\mathcal{O}-\mathcal{U}$, obteniendo un comportamiento omni-trailer. Finalmente, el par $(\mathcal{U}_2, \mathcal{O}_1)$ implementa el esquema de control $\mathcal{U}-\mathcal{O}$ realizando otro comportamiento corporal rígido. La distancia y los ángulos de dirección deseados vienen dados por $d_{43}^* = d_{42}^* = d_{21}^* = 0,3$ m y $\alpha_{43}^* = -\frac{\pi}{2}$ rad, $\alpha_{42}^* = 0$ rad, $\alpha_{21}^* = \frac{\pi}{2}$. Los parámetros de control son $K_{ji} = \text{diag}\{6, 6, 2\}$ para los pares $(\mathcal{O}_4, \mathcal{O}_3)$, $(\mathcal{U}_2, \mathcal{O}_1)$ y $K_{42} = \text{diag}\{5, 1\}$ para el par $(\mathcal{O}_4, \mathcal{U}_2)$. Las condiciones iniciales de los robots vienen dadas por

$$\begin{aligned}\xi_1(0) &= [0,6163 \quad -0,10531 \quad -12,41]^\top \\ \xi_2(0) &= [0,9072 \quad -0,17935 \quad -12,38]^\top, \\ \xi_3(0) &= [1,2902 \quad -0,16269 \quad -1,274]^\top, \\ \xi_4(0) &= [0,9943 \quad -0,11272 \quad -12,71]^\top,\end{aligned}$$

en metros y radianes, respectivamente. El robot líder se controla para que siga una trayectoria en forma de círculo con un radio igual a 1 m centrado en el origen y orientado hacia el vector de velocidad de la trayectoria, *i.e.* los valores deseados para el líder vienen dados por

$$\xi_4^* = \left[m_x, \quad m_y, \quad \arctan\left(\frac{\dot{m}_y}{\dot{m}_x}\right) - \frac{\pi}{2} \right]^\top,$$

donde $m_x = \sin\left(\frac{2\pi}{25}t\right)$ y $m_y = \cos\left(\frac{2\pi}{25}t\right)$. Así, la ley de control para el robot líder se establece como $\mathbf{u}_4 = R^{-1}(\theta_4) \left[\dot{\xi}_4^* - k_4(\xi_4 - \xi_4^*) \right]$, con $k_4 = \text{diag}\{6, 6, 2, 5\}$. Las trayectorias de los robots se muestran en Fig. ???. Los colores de los enlaces entre los robots en Fig. ??? identifican el tipo de ley de control que se está utilizando, *i.e.* color gris para el esquema $\mathcal{O}-\mathcal{O}$, color magenta para el esquema $\mathcal{O}-\mathcal{U}$ y el color del cian para el esquema $\mathcal{U}-\mathcal{O}$. Tenga en cuenta que en todos los casos se satisface que $j > i$. Además, en este experimento, el agente \mathcal{U}_2 , es un robot móvil omnidireccional con $v_{y2} = 0$ obteniendo el comportamiento de un robot de accionamiento diferencial. Es importante destacar que, desde un punto de vista global, se consigue una configuración líder-seguidor con subconjuntos o pelotones de robots. Este tipo de sistema se puede aplicar en tareas de transporte colaborativo donde los pelotones de robots cargan juntos una gran pieza de trabajo y todos los pelotones se forman en una configuración tipo convoy.

De la Fig. ???, se puede observar que cada seguidor converge a la distancia y al ángulo de formación deseados. Finalmente, la Fig. ???, muestra las

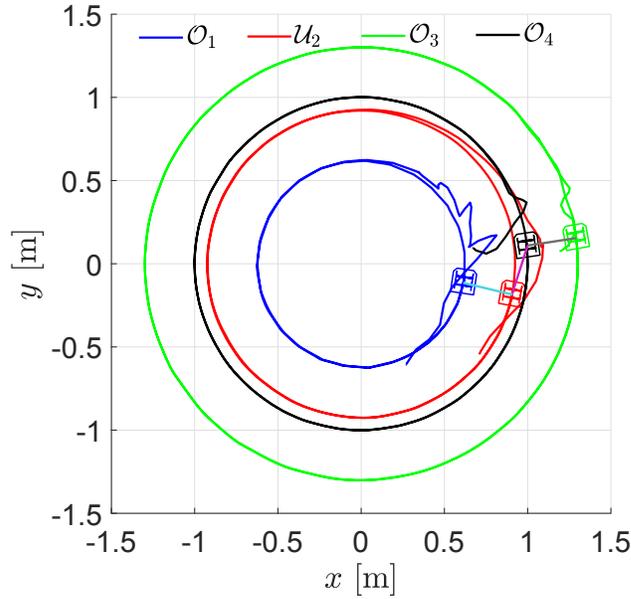


Figura 4.8: Trayectorias en el plano con $n = 4$ agentes. El agente \mathcal{U}_2 es un robot omnidireccional con velocidad lateral $v_{y_2} = 0$ permitiéndole actuar como un robot de tracción diferencial.

entradas de control para cada robot. Los efectos de ruido en las trayectorias aparecen debido a la fricción no modelada de las ruedas en el suelo, las mediciones de los sensores y los errores de los actuadores, entre otros.

Un segundo experimento con agentes $n = 5$ se muestra en las Figs. ??, ?? y ?. En este caso, el grupo de agentes está compuesto por un robot móvil de accionamiento diferencial y cuatro robots omnidireccionales, uno de los cuales actúa como robot de accionamiento diferencial. Las condiciones iniciales de los robots vienen dadas por

$$\begin{aligned} \xi_1(0) &= [1,62 \quad -0,11 \quad 2,68]^\top, & \xi_2(0) &= [1,69 \quad -1,14 \quad 2,21]^\top, \\ \xi_3(0) &= [1,02 \quad -1,6 \quad 1,16]^\top, & \xi_4(0) &= [0,33 \quad -0,99 \quad -0,2]^\top, \\ \xi_5(0) &= [0,34 \quad -0,2 \quad 0,93]^\top, \end{aligned}$$

en metros y radianes, respectivamente. El robot líder es controlado para seguir la misma trayectoria en forma de círculo del experimento anterior. Las trayectorias en el plano se representan en la Fig. ?. El robot líder es

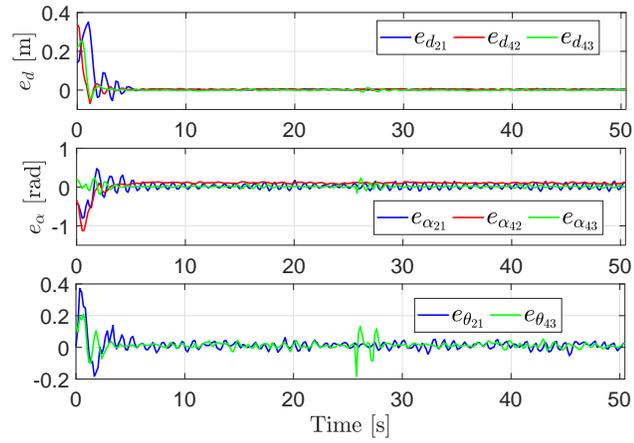


Figura 4.9: Error de distancia, error de ángulo de formación y error de orientación.

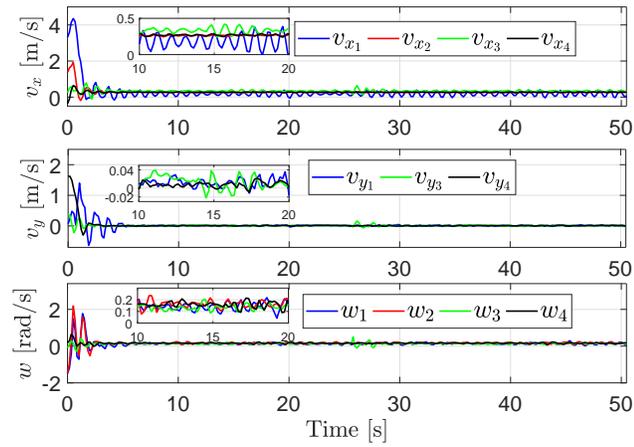


Figura 4.10: Entradas de control para los robots móviles.

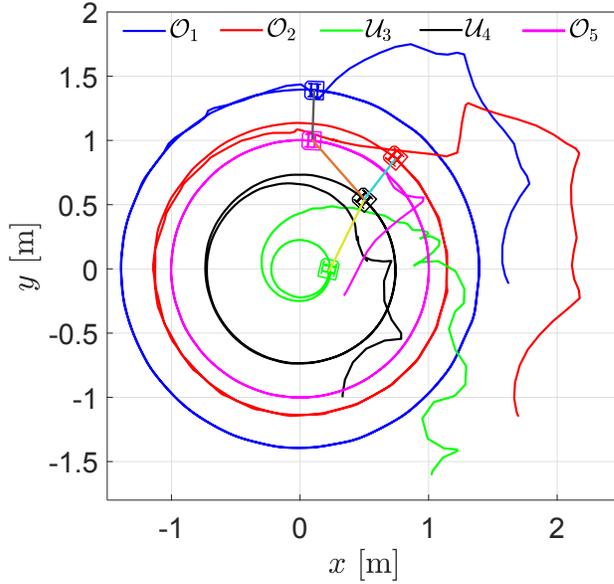


Figura 4.11: Trayectorias en el plano con $n = 5$ agentes. El Agente \mathcal{U}_4 es un robot omnidireccional con velocidad lateral $v_{y_4} = 0$ permitiéndole actuar como un robot de tracción diferencial mientras \mathcal{U}_3 es un robot de accionamiento diferencial.

\mathcal{O}_5 (robot omnidireccional en color magenta). El par $(\mathcal{O}_5, \mathcal{U}_4)$ implementa el esquema de control $\mathcal{O} - \mathcal{U}$, logrando el comportamiento omnidireccional, ilustrado por una línea naranja. El par $(\mathcal{O}_5, \mathcal{O}_1)$ permite el esquema de la ley de control $\mathcal{O} - \mathcal{O}$ mientras el par $(\mathcal{U}_4, \mathcal{O}_2)$ permite el esquema de la ley de control $\mathcal{U} - \mathcal{O}$, obteniendo, en ambos casos, un comportamiento de cuerpo rígido, representado por líneas gris y cyan, respectivamente. Finalmente, el par $(\mathcal{U}_4, \mathcal{U}_3)$ implementa el esquema de la ley de control $\mathcal{U} - \mathcal{U}$ realizando el comportamiento estándar de un 1-trailer, representado por la línea amarilla.

La distancia y los ángulos de orientación deseados vienen dados por $d_{51}^* = d_{42}^* = 0,4$ m, $d_{54}^* = d_{43}^* = 0,6$ m, $\alpha_{51}^* = \alpha_{42}^* = \frac{\pi}{2}$ rad y $\alpha_{54}^* = \alpha_{43}^* = 0$ rad. Los parámetros de control son los mismos que en el experimento anterior *i.e.* $K_{ji} = \text{diag}\{6, 6, 2\}$ para los pares $(\mathcal{O}_5, \mathcal{O}_1)$, $(\mathcal{U}_4, \mathcal{O}_2)$ y $K_{54} = K_{43} = \text{diag}\{5, 1\}$ para el par $(\mathcal{O}_5, \mathcal{U}_4)$ y $(\mathcal{O}_4, \mathcal{U}_3)$.

El error de distancia, el error del ángulo de formación y el error de orientación se muestran en la Fig. ???. Observe que cada seguidor converge a la

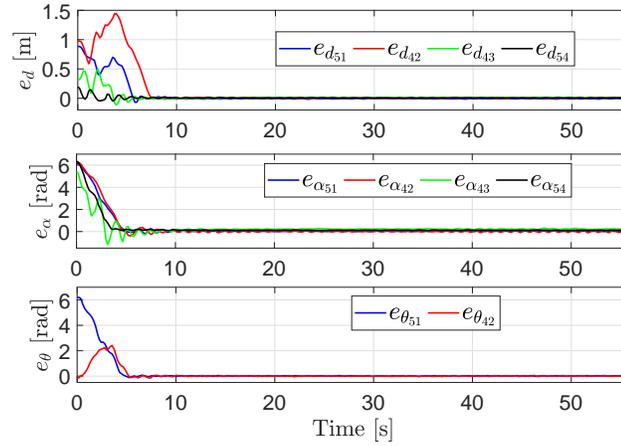


Figura 4.12: Error de distancia, error de ángulo de formación y error de orientación.

distancia y al ángulo de formación deseados. En cambio, las entradas de control para cada robot móvil se muestran en la Fig. ??.

Finalmente, con el fin de mostrar que el agente \mathcal{U}_4 se comporta como un robot de accionamiento diferencial, Fig. ?? ilustra la restricción no holonómica de este agente. Esta señal se obtuvo aplicando un método numérico para calcular la derivada de x_4 y y_4 . Nótese que, en estado estacionario, la restricción no holonómica converge a una banda con magnitudes dadas en términos de error de medición. Esto significa que la restricción no holonómica es satisfecha por el agente \mathcal{U}_4 .

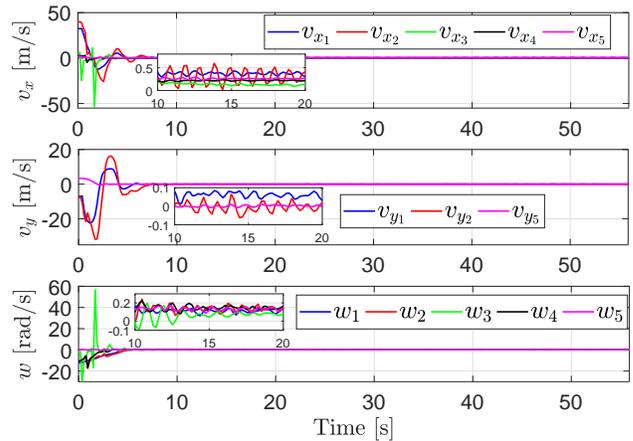


Figura 4.13: Entradas de control para los robots móviles.

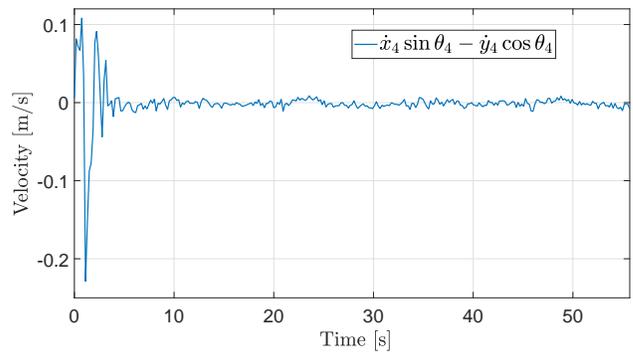


Figura 4.14: Restricción no holonómica para el agente \mathcal{U}_4 , el cual es un robot omnidireccional que actúa como un robot de accionamiento diferencial.

Capítulo 5

Conclusiones y Publicaciones

5.1. Conclusiones y trabajo futuro

Este trabajo amplía los comportamientos de líder-seguidor de un conjunto combinado de varios modelos cinemáticos de robots de accionamiento omnidireccional y diferencial. Este tipo de robots se convierte en realidad en los vehículos de ruedas más comunes utilizados en la industria y en las tareas de servicio. Mediante la combinación de estos modelos, se diseñan cuatro leyes básicas de control del líder-seguidor utilizando las medidas de distancia y el ángulo de orientación con respecto al líder, evitando el uso de un marco de referencia global. Está comprobado que estas leyes de control generan, en el tiempo de estabilización, algunas estructuras mecánicas relacionadas con el cuerpo rígido, el 1-trailer estándar y una nueva estructura llamada omni-trailer. Extendiendo estos comportamientos locales al caso de múltiples grupos de agentes, se puede construir una topología dirigida en forma de árbol, donde el robot líder es el único nodo raíz.

Las simulaciones numéricas y los experimentos en tiempo real demuestran que la combinación de las configuraciones de líder-seguidor puede generar un seguimiento de la formación, útil para el transporte de objetos u otras tareas de colaboración, como el comportamiento de los n -trailers y los convoyes rígidos de pelotones de robots. Estos comportamientos complejos se convierten en un enfoque más descentralizado que las estrategias globales referenciadas como las estructuras virtuales o las especificaciones de espacio de clúster.

En el futuro, las topologías de formación se extenderán a otras gráficas dirigidas y no dirigidas y se implementarán sensores locales en los robots

para medir las distancias y los ángulos de dirección.

5.1.1. Publicaciones

A continuación se presentan las publicaciones que formaron parte del desarrollo de esta tesis:

Artículos de revista indexada

- P. Paniagua-Contro, E. G. Hernandez-Martinez, O. González-Medina, J. González-Sierra, J. J. Flores-Godoy, E. D. Ferreira-Vazquez, and G. Fernandez-Anaya, Extension of Leader-Follower Behaviours for Wheeled Mobile Robots in Multirobot Coordination, *Mathematical Problems in Engineering*, Volumen 19, Editorial Hindawi, ISSN 1563-5147, 2019, pp 1-16. <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2019/4957259/> (Artículo principal y en el cual se mencionan los 4 casos de control)
- A. Lopez-Gonzalez, J.A. Meda Campaña, E.G. Hernandez-Martinez, P. Paniagua Contro, Multi robot distance based formation using Parallel Genetic Algorithm, *Applied Soft Computing*, Vol. 86, Elsevier, ISSN 1568-4946, 2020, pp. 1-15. (Continuación de formación con inteligencia artificial)

Artículos de congreso internacional

- E.G. Hernandez-Martinez, E.D. Ferreira-Vazquez, G. Fernandez-Anaya, P. Paniagua-Contro, J.J. Flores-Godoy, Formation Tracking Experiments for Heterogeneous Mobile Robots, *IEEE URUCON*, del 23-25 de octubre de 2017, Montevideo, Uruguay. (O-O)
- J. Gonzalez-Sierra, E.G. Hernandez-Martinez, E.D. Ferreira-Vazquez, J.J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, P. Paniagua-Contro, Leader-Follower Control Strategy with Rigid Body Behavior, *12th Symposium on Robot Control (SYROCO)*, del 27-30 de septiembre de 2018, Budapest, Hungría. (O-O cuerpo rígido)
- P. Paniagua-Contro, O. Sanchez, E.G. Hernandez-Martinez, E.D. Ferreira, J.J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, A. Lopez-Gonzalez, Experimental Platform for Multi-Robot Systems: A Heterogeneous Focus, *Workshop in the International Symposium on Experimental Robotics 2018*, 5-8 Noviembre de 2018, en Buenos Aires, Argentina. Ganador del mejor artículo del congreso. (Plataforma experimental)

- O. González-Medina, J. Gonzalez-Sierra, A. Dzul, E.G. Hernandez-Martinez, P. Paniagua-Contro, Modelado y control de un esquema líder-seguidor basado en distancia y ángulo, Congreso Nacional de Control Automático (CNCA) 2018, 10-12 de octubre de 2018, San Luis Potosí, México, sin paginación. (Caso U-U)
- J.C. Sales-Ortiz, J.F. Ciprián-Sánchez, E.G. Hernandez-Martinez, E. Ferreira-Vazquez, J. González-Sierra, G. Fernandez-Anaya, J.J. Flores-Godoy, P. Paniagua-Contro, Leader-follower Strategy based on Distance and Heading Angles using Local Vision, IEEE Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS) 2019, 4-7 de agosto de 2019, Dallas, EU, pp 1097-1100. (Caso O-U, con sensores de distancia local con cámaras)

Apéndice A

Hardware

A.1. Diagramas de ensamble estructural de robots

A continuación se presentan los diagramas de maquinado del ensamble del robot terrestre de tres ruedas omnidireccionales. Primero se muestra un renderizado del robot. Después se muestra el ensamble general con el número de subpartes y posteriormente se muestran los diagramas de estas subpartes.

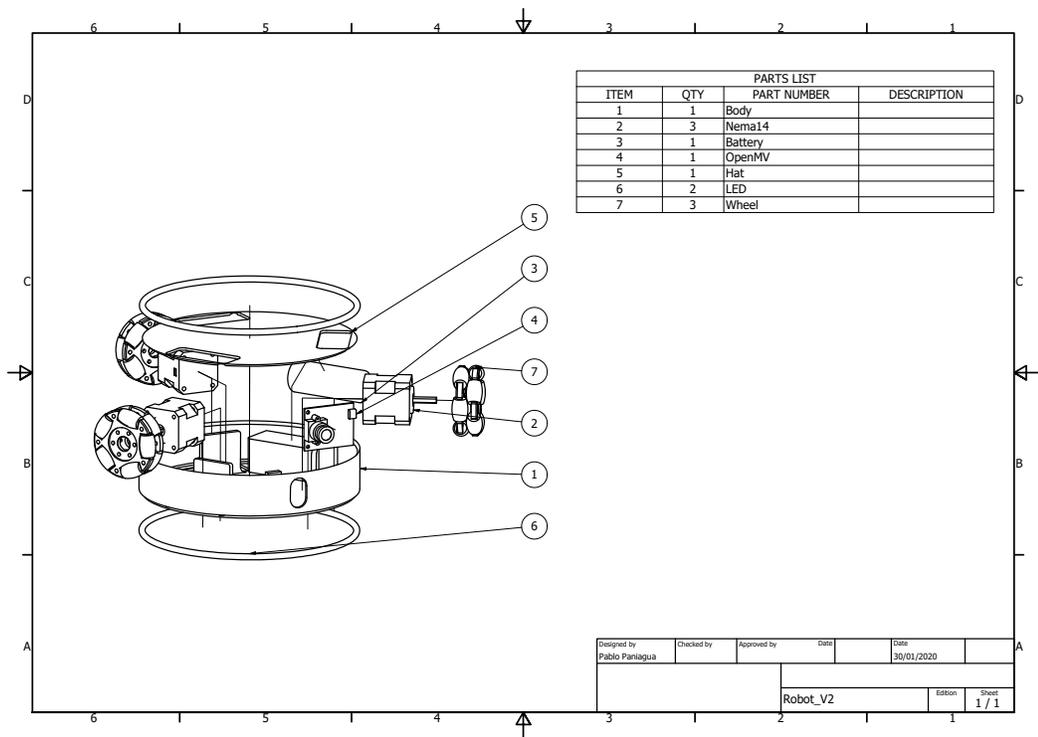


Figura A.1: Vista isométrica del diseño del agente

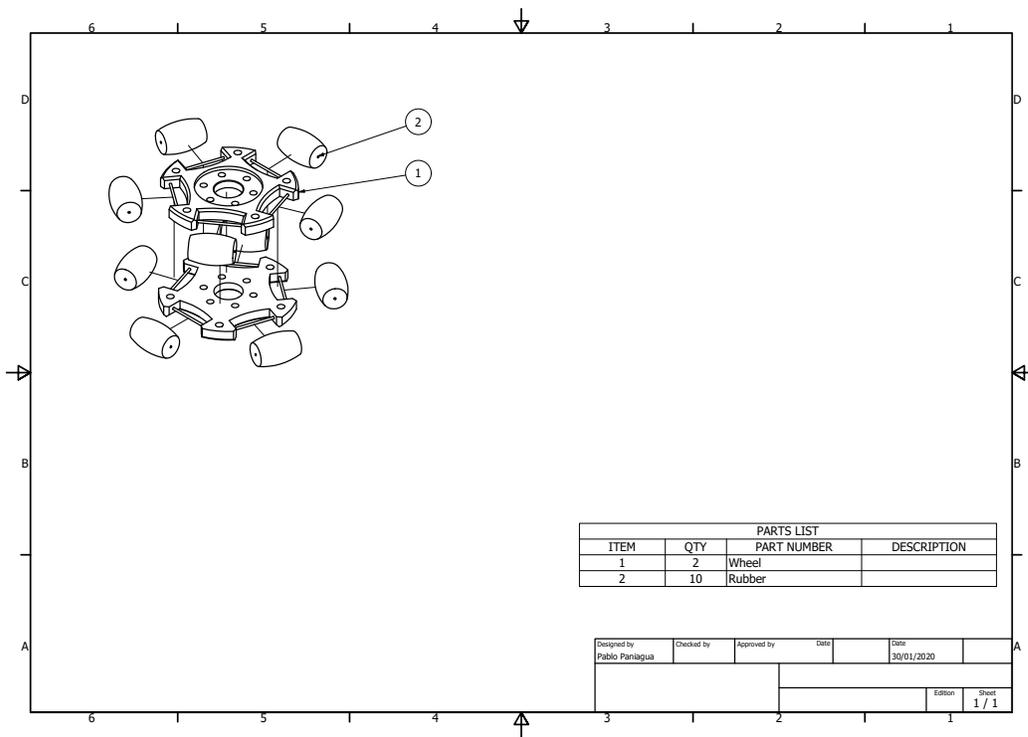


Figura A.2: Vista isométrica del diseño de la llanta

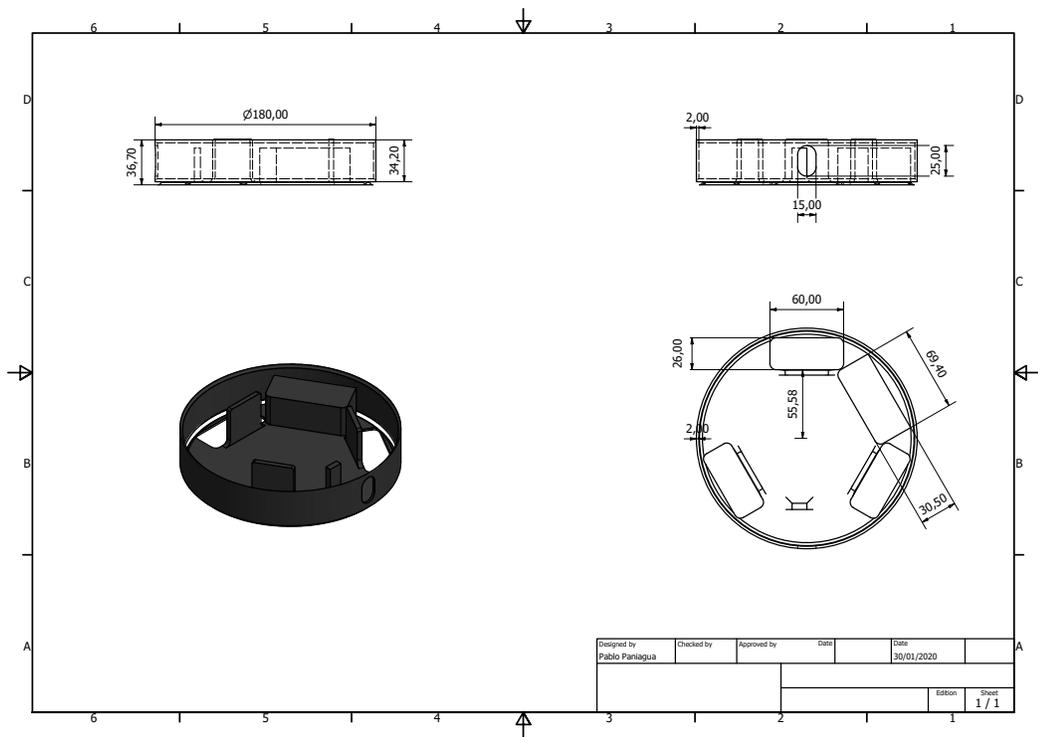


Figura A.3: Base del robot

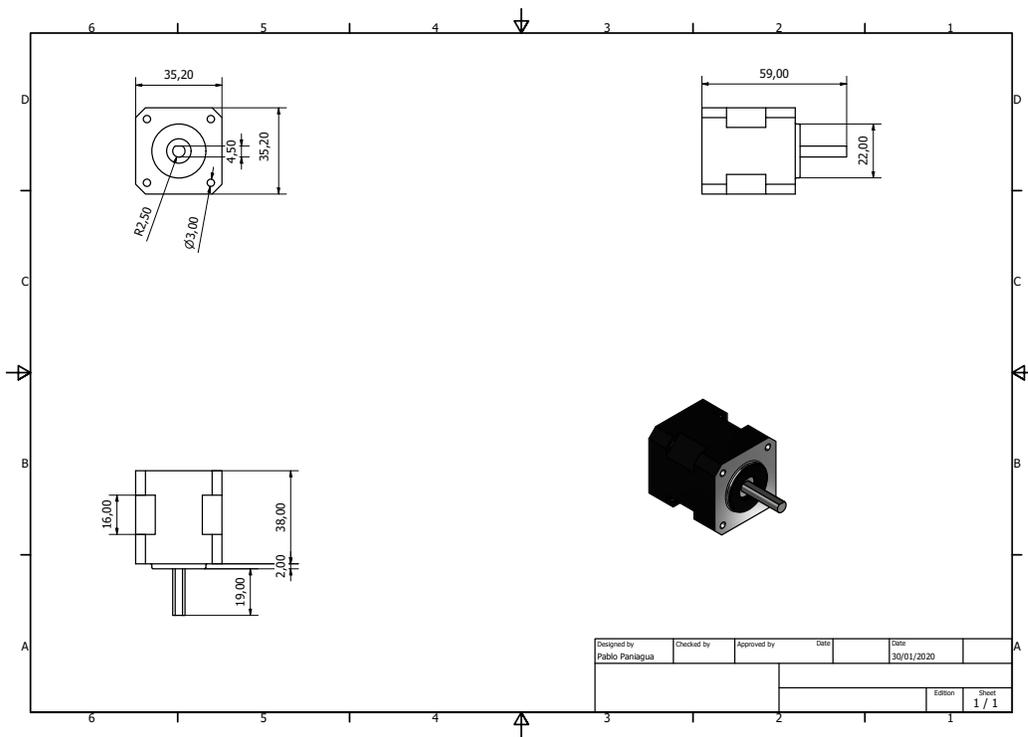


Figura A.4: Motores a pasos Nema14

Bibliografía

- B. D. O. Anderson, Z. Sun, T. Sugie, S. I. Azuma, and K. Sakurama. Formation shape control with distance and area constraints. *IFAC Journal of Systems and Control*, 2017.
- G. Antonelli, F. Arrichiello, F. Caccavale, and A. Marino. Decentralized time-varying formation control for multi-robot systems. *Journal of Robotics Research*, 33(7):1029–1043, 2014.
- G. Antonelli, F. Arrichiello, F. Caccavale, and A. Marino. Decentralized time-varying formation control for multi-robot systems. *Journal of Robotics Research*, 33(4):1029–1043, 2014.
- T. Arai, E. Pagello, and L. Parker. Guest editorial advances in multirobot systems. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 18(5):655–661, 2002.
- G. Arechavaleta, A. Morales-Díaz, H. M. Pérez-Villeda, and M. Castelán. Hierarchical task-based control of multi-robot systems with terminal attractors. *Transactions on Control systems Technology*, 25(1):334–341, 2017.
- Y. Asahiro, H. Asama, I. Suzuki, and M. Yamashita. Improvement of distributed control algorithms for robots carrying an object. In *Systems, Man, and Cybernetics, 1999. IEEE SMC'99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, volume 6, pages 608–613. IEEE, 1999.
- K. R. Baghaei and A. Agah. Task allocation methodologies for multi-robot systems, 2003.

- T. Balch and R. Arkin. Behavior-based formation control for multirobot teams. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 14(6):926–939, 1998.
- L. Barthuber, K. Fyraj, and P. Firsching. Test concept for a mobile robot with optimized traction. In *Proceedings of ISR 2016: 47th International Symposium on Robotics*, pages 1–7, June 2016.
- M. Basiri, A. N. Bishop, and P. Jensfelt. Distributed control of triangular formations with angle-only constraints. *Systems & Control Letters*, 59(2):147 – 154, 2010.
- F. Belkhouche and B. Belkhouche. Modeling and controlling a robotic convoy using guidance laws strategies. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 35(4):813–825, Aug 2005.
- L. Bushnell, D. Tilbury, and S. Sastry. Steering three-input chained form nonholonomic systems using sinusoids: the fire truck example. In *Proc. European Control Conference*, pages 1432–1437, Groningen, Netherlands, 1993.
- X. Cai and M. d. Queiroz. Adaptive rigidity-based formation control for multirobotic vehicles with dynamics. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(1):389–396, Jan 2015.
- C. Canudas, B. Siciliano, and G. Bastin. *Theory of Robot Control*. Springer, London, 1996.
- Y. Cao, A. Fukunaga, A. Kahng, and F. Meng. Cooperative mobile robotics: antecedents and directions. In *Intelligent Robots and Systems 95. 'Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 1, pages 226–234 vol.1, 1995.
- Y. U. Cao, A. S. Fukunaga, and A. Kahng. Cooperative mobile robotics: Antecedents and directions. *Auton. Robots*, 4(1):34–46, Mar. 1997.
- Y.-Q. Chen and Z. Wang. Formation control: a review and a new consideration. In *Intelligent Robots and Systems, 2005. (IROS 2005). 2005 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 3181–3186, 2005.

- T. R. Consi, B. R. Ardaugh, T. R. Erdmann, M. Matsen, M. Peterson, J. Ringstad, A. Vechart, and C. Verink. An amphibious robot for surf zone science and environmental monitoring. In *OCEANS 2009*, pages 1–7, Oct 2009.
- L. Consolini, F. Morbidi, D. Prattichizzo, and M. Tosques. On the control of a leader-follower formation of nonholonomic mobile robots. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5992–5997, Dec 2006.
- J. T. Cook, L. E. Ray, and J. H. Lever. Dynamics modeling and robotic-assist, leader-follower control of tractor convoys. *Journal of Terramechanics*, 75:57 – 72, 2018. Agriculture and Forestry in Terrain-Machine Systems.
- A. Dang and J. Horn. Formation control of autonomous robots following desired formation during tracking a moving target. *Proc. of the 2015 IEEE 2nd International Conference on Cybernetics (CYBCONF)*, 1:160–165, 2016.
- M. A. Dehghani and M. B. Menhaj. Communication free leader-follower formation control of unmanned aircraft systems. *Robotics and Autonomous Systems*, 80:69 – 75, 2016.
- M. A. Dehghani, M. B. Menhaj, and M. Azimi. Leader-follower formation control using an onboard leader tracker. In *2016 4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA)*, pages 99–104, Jan 2016.
- J. Desai. A graph theoretic approach for modeling mobile robot team formations. *Journal of Robotic Systems*, 19(11):511–525, 2002.
- J. P. Desai, J. Ostrowski, and V. Kumar. Controlling formations of multiple mobile robots. In *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, volume 4, pages 2864–2869 vol.4, May 1998.
- J. P. Desai, J. P. Ostrowski, and V. Kumar. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 17(6):905–908, Dec 2001.

- S. Dhull, D. Canelon, A. Kottas, J. Dancs, A. Carlson, and N. Papanikolaopoulos. Aquapod: A small amphibious robot with sampling capabilities. In *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 100–105, Oct 2012.
- M. B. Dias, R. Zlot, N. Kalra, and A. Stentz. Market-based multirobot coordination: A survey and analysis. *Proceedings of the IEEE*, 94(7):1257–1270, 2006.
- T. Dierks and S. Jagannathan. Control of nonholonomic mobile robot formations: Backstepping kinematics into dynamics. In *2007 IEEE International Conference on Control Applications*, pages 94–99, Oct 2007.
- K. D. Do. Formation tracking control of unicycle-type mobile robots. In *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2391–2396, April 2007.
- L. Dong, Y. Chen, and X. Qu. Formation control strategy for nonholonomic intelligent vehicles based on virtual structure and consensus approach. *Procedia Engineering*, 137:415 – 424, 2016. Green Intelligent Transportation System and Safety.
- E. Ferreira-Vazquez, E. Hernandez-Martinez, J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, and P. Paniagua-Contro. Distance-based formation control using angular information between robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, pages 1–18, 2015.
- B. Fidan, V. Gazi, S. Zhai, and N. Cen. Single-view distance-estimation-based formation control of robotic swarms. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(12):5781–5791, 2013.
- B. Fidan, V. Gazi, S. Zhai, and N. Cen. Single-view distance-estimation-based formation control of robotic swarms. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(12):5781–5791, 2013.
- J. Fredslund and M. Mataric. General algorithm for robot formations using local sensing and minimal communication. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(5):837–846, 2002.
- Y. C. Fu, S. Hirose, G. Endo, and E. F. Fukushima. Design and basic experiments of a waterproof mobile robot propelled by rs-wave mechanism. In

2013 IEEE Workshop on Advanced Robotics and its Social Impacts, pages 218–223, Nov 2013.

- H. Garcia-De-Marina, B. Jayawardhana, and M. Cao. Distributed rotational and translational maneuvering of rigid formations and their applications. *IEEE Transactions on Robotics*, 32(3):684–697, 2016.
- B. Gerkey and M. Mataric. Pusher-watcher: an approach to fault-tolerant tightly-coupled robot coordination. In *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 464–469 vol.1, 2002.
- J. González-Sierra, E. G. Hernández-Martínez, E. D. Ferreira-Vazqueza, J. J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, and P. Paniagua-Contro. Leader-follower control strategy with rigid body behavior. In *Proc. of the 12th IFAC Symposium on Robot Control*, Budapest, Hungary, Aug. 2018.
- D. Guo, H. Wang, W. Chen, M. Liu, Z. Xia, and K. K. Leang. A unified leader-follower scheme for mobile robots with uncalibrated on-board camera. In *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3792–3797, May 2017.
- S. Guo, S. Sun, and J. Guo. The application of image mosaic in information collecting for an amphibious spherical robot system. In *2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 1547–1552, Aug 2016.
- E. Harik, F. Guérin, F. Guinand, J. F. Brethé, and H. Pelvillain. Uav-ugv cooperation for objects transportation in an industrial area. *Proc. of the 2015 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, 1:547–552, 2015.
- P. D. Healy and B. E. Bishop. Sea-dragon: An amphibious robot for operation in the littorals. In *2009 41st Southeastern Symposium on System Theory*, pages 266–270, March 2009.
- J. M. Hendrickx, C. Yu, B. Fidan, and B. D. O. Anderson. Rigidity and persistence of meta-formations. In *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5980–5985, Dec 2006.

- E. Hernandez-Martinez, E. Ferreira-Vazquez, A. Lopez-Gonzalez, J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, and P. Paniagua-Contro. Formation control of heterogeneous robots using distance and orientation. In *Control Applications (CCA), 2016 IEEE Conference on*, pages 507–512. IEEE, 2016.
- E. Hernandez-Martinez, J. Flores-Godoy, and G. Fernandez-Anaya. Decentralized discrete-time formation control for multirobot systems. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2013:1–8, 2013.
- E. Hernández-Martínez and E. Aranda-Bricaire. Convergence and collision avoidance in formation control: A survey of the artificial potential functions approach. InTech.
- E. G. Hernández-Martínez and E. Aranda-Bricaire. Marching control of unicycles based on the leader-followers scheme. In *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE*, pages 2265–2270, Nov 2009.
- R. Ikhankar, V. Kuthe, S. Ulabhaje, S. Balpande, and M. Dhadwe. Pibot: The raspberry pi controlled multi-environment robot for surveillance amp; live streaming. In *Industrial Instrumentation and Control (ICIC), 2015 International Conference on*, pages 1402–1405, May 2015.
- L. Iocchi, D. Nardi, and M. Salerno. Reactivity and deliberation: a survey on multi-robot systems. In *Workshop on Balancing Reactivity and Social Deliberation in Multi-Agent Systems*, pages 9–32. Springer, 2000.
- A. Jadbabaie, J. Lin, and A. Morse. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(6):988–1001, 2003.
- S. Kang, M. Park, B. Lee, and H. Ahn. Distance-based formation control with a single moving leader. *Proc. of American Control Conference*, 1:305–310, 2014.
- C. A. Kitts and I. Mas. Cluster space specification and control of mobile multirobot systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 14(2):207–218, April 2009.
- R. Kobayashi, M. Suzuki, and K. Nakano. Leader-following formation navigation with virtual trajectories for dynamic multi-agents. *IFAC Proceedings*

Volumes, 46(21):773 – 779, 2013. 7th IFAC Symposium on Advances in Automotive Control.

- L. Krick, M. Broucke, and B. Francis. Stabilization of infinitesimally rigid formations of multi-robot networks. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 477–482, 2008.
- J. Kwon and D. Chwa. Hierarchical formation control based on a vector field method for wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 28(6):1335–1345, Dec 2012.
- G. Lafferriere, J. Caughman, and A. Williams. Graph theoretic methods in the stability of vehicle formations. In *American Control Conference, 2004. Proceedings of the 2004*, volume 4, pages 3729–3734 vol.4, June 2004.
- N. LéChevin, C. A. Rabbath, and P. Sicard. Trajectory tracking of leader-follower formations characterized by constant line-of-sight angles. *Automatica*, 42(12):2131–2141, Dec. 2006.
- F. Li, Y. Ding, M. Zhou, K. Hao, and L. Chen. An affection-based dynamic leader selection model for formation control in multirobot systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(7):1217–1228, July 2017.
- Y. Li and X. Chen. Stability on multi-robot formation with dynamic interaction topologies. In *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 394–399. IEEE, 2005.
- A. Lopez-Gonzalez, E. Ferreira, E. Hernandez-Martinez, J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, and P. Paniagua-Contro. Multi-robot formation control using distance and orientation. *Advanced Robotics*, 30(14):901–913, 2016.
- A. Lopez-Gonzalez, E. Ferreira, E. Hernandez-Martinez, J. Flores-Godoy, G. Fernandez-Anaya, and P. Paniagua-Contro. Multi-robot formation control using distance and orientation. *Advanced Robotics*, pages 1–13, 2016.
- I. Mas and C. A. Kitts. Dynamic control of mobile multirobot systems: The cluster space formulation. *IEEE Access*, 2:558–570, 2014.

- M. McPartland, S. Nolfi, and H. A. Abbass. Emergence of communication in competitive multi-agent systems: a pareto multi-objective approach. In *Proceedings of the 2005 conference on Genetic and evolutionary computation*, GECCO '05, pages 51–58, New York, NY, USA, 2005. ACM.
- A. Morales and H. Nijmeijer. Merging strategy for vehicles by applying cooperative tracking control. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 17(12):3423–3433, 2016.
- M. Neumann and C. Kitss. A hybrid multirobot control architecture for object transport. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 21(6):2983–2988, 2016.
- H. Oh, A. R. Shirazi, C. Sun, and Y. Jin. Bio-inspired self-organising multi-robot pattern formation: A review. *Robotics and Autonomous Systems*, 91:83 – 100, 2017.
- K. Oh, M. Park, and H. Ahn. A survey of multi-agent formation control. *Automatica*, 53:424–440, 2015.
- K.-K. Oh, M.-C. Park, and H.-S. Ahn. A survey of multi-agent formation control. *Automatica*, 53:424–440, 2015.
- R. Olfati-Saber and R. Murray. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions. In *IFAC World Congress*, pages 346–352, 2002.
- R. Orosco-Guerrero, E. Aranda-Bricaire, and M. Velasco-Villa. Modeling and dynamic feedback linearization of a multi-steered n -trailer. In *Proc. 15th Triennial IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, 2002.
- D. Panagou and V. Kumar. Cooperative visibility maintenance for leader-follower formations in obstacle environments. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(4):831–844, Aug 2014.
- L. Parker. Current state of the art in distributed autonomous mobile robotics. Oak Ridge National Laboratory.
- M. Z. A. Rashid, M. S. M. Aras, H. N. M. Shah, W. T. Lim, and Z. Ibrahim. Design and system parameter’s validation of the unicycle mobile robot. In *Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 2012 International Conference on*, pages 311–316, Nov 2012.

- A. Regmi, R. Sandoval, R. Byrne, H. Tanner, and C. T. Abdallah. Experimental implementation of flocking algorithms in wheeled mobile robots. In *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*, pages 4917–4922 vol. 7, June 2005.
- W. Ren and R. Beard. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control*. Springer, London, 2008.
- W. Ren and R. Beard. *Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control*. Springer, London, 2008.
- W. Ren and R. W. Beard. Formation feedback control for multiple spacecraft via virtual structures. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 151(3):357–368, May 2004.
- W. Ren and N. Sorensen. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control. *Robotics and Autonomous Systems*, 56:324–333, 2008.
- H. Rezaee and F. Abdollahi. A decentralized cooperative control scheme with obstacle avoidance for a team of mobile robots. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(1):347–354, Jan 2014.
- P. Rouchon, M. F. J. Lévine, and P. Martin. Flatness, and motion planning: the car with n trailers. In *Proc. European Control Conference*, Groningen, Netherlands, 1993.
- O. Rozenheck, S. Zhao, and D. Zelazo. A proportional-integral controller for distance-based formation tracking. *Proc. of the 2015 European Control Conference (ECC)*, 1:1693–1698, 2015.
- P. Rybski, A. Larson, H. Veeraraghavan, M. LaPoint, and M. Gini. Communication strategies in multi-robot search and retrieval. In *Proceedings of the 7th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems*, pages 301–310, Toulouse, France, 2004.
- Y. Shang and Y. Ye. Leader-follower fixed-time group consensus control of multiagent systems under directed topology. *Complexity*, 2017(3465076):9, 2017.

- L. Shi, K. Tang, S. Guo, X. Bao, S. Pan, and P. Guo. Leader-follower cooperative movement method for multiple amphibious spherical robots. In *2016 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 593–598, Aug 2016.
- N. Soltani, A. Shahmansoorian, and M. A. Khosravi. Robust distance-angle leader-follower formation control of non-holonomic mobile robots. In *2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pages 024–028, Oct 2014.
- H. G. Tanner, G. J. Pappas, and V. Kumar. Leader-to-formation stability. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(3):443–455, June 2004.
- The MathWorks, Inc. *Simulink User’s Guide*, 2018.
- S. Thrun et al. Robotic mapping: A survey. *Exploring artificial intelligence in the new millennium*, 1:1–35, 2002.
- V. Trianni, T. H. Labella, and M. Dorigo. Evolution of direct communication for a swarm-bot performing hole avoidance. In *International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, pages 130–141. Springer, 2004.
- Z.-D. Wang, Y. Takano, Y. Hirata, and K. Kosuge. A pushing leader based decentralized control method for cooperative object transportation. In *Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 1, pages 1035–1040. IEEE, 2004.
- H. Xiao, Z. Li, and C. P. Chen. Formation control of leader-follower mobile robots’ systems using model predictive control based on neural-dynamic optimization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(9):5752–5762, 2016.
- S. Yamada and J. Saito. Adaptive action selection without explicit communication for multirobot box-pushing. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 31(3):398–404, 2001.

- H. Yamaguchi. A distributed motion coordination strategy for multiple non-holonomic mobile robots in cooperative hunting operations. *Robotics and Autonomous Systems*, 43(4):257–282, 2003.
- M. Yogeswaran and S. Ponnambalam. Swarm robotics:an extensive research review. InTech.
- J. Yu and S. M. LaValle. Distance optimal formation control on graphs with a tight convergence time guarantee. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 4023–4028, 2012.
- Y. Zheng, Y. Zhu, and L. Wang. Consensus of heterogeneous multi-agent systems. *IET Control Theory Applications*, 5(16):1881–1888, November 2011.
- D. Zhou, Z. Wang, and M. Schwager. Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(4):916–923, Aug 2018.